Environment Canada Environnement Canada

The Analysis of Flood Damage Time Series

Pierre Ouellette,* Nassir El-Jabi† and Jean Rousselle†

* Department of Economics, University of Montreal.
† Department of Civil Engineering, École Polytechnique de Montréal.

SCIENTIFIC SERIES NO. 146

INLAND WATERS DIRECTORATE
QUEBEC REGION
WATER PLANNING AND MANAGEMENT BRANCH
SAINTE-FOY, QUÉBEC, 1986

(Disponible en français sur demande)

© Minister of Supply and Services Canada 1986
Cat. No. En 36-502/146E
ISBN 0-662-14713-8

Contents

	Page
ABSTRACT	v
RESUME	vi
LIST OF SYMBOLS	vii
ACKNOWLEDGMENTS	ix
1. INTRODUCTION	1
2. INTERVENTION CRITERION	4
2.1 Cost-benefit analysis	4
2.2 Remarks on the intervention criterion	8
3. THEORETICAL CONSIDERATIONS	10
3.1 Hydroeconomic model	10
3.2 Model of extreme values	12
4. NUMERICAL APPLICATION	18
4.1 Estimation of the mean unit flood damage series	18
4.2 Application of extreme value theory to the mean unit flood damage series	20
5. CONCLUSIONS	26
5.1 Methodology	26
5.2 Numerical application	27
REFERENCES	28

Tables

Page

4.1 Peak flows and corresponding exceedances of the Richelieu River: hydrometric gauging station 02ØJ007 at Fryers Rapids, base flow = 25 000 cfs 19

4.2 Seasonal and annual variations of $\Lambda(t)$ 21

4.3 Seasonal and annual variations of β 21

Illustrations

Figure 3.1 Damage function 11

Figure 3.2 Hydrograph of instantaneous river flow at a given station 13

Figure 3.3 Flood flow hydrograph 13

Figure 3.4 Representation of the stochastic process of exceedances in time interval (0,t] 15

Figure 3.5 Representation of the stochastic process of mean unit damage in time interval (0,t] 15

Figure 4.1 Mean unit damage/probability relation 23

Abstract

Effective flood plain management requires estimation of the costs and benefits of all contemplated projects. In this study the focus is on estimating the benefits of such schemes.

Starting from the similiarity between flood flow and flood damage time series, the authors take a probabilistic approach to flood damage estimation. They first develop a hydroeconomic model to assess flood-related damages and then derive a damage distribution function by applying the theory of extreme values and the sum of the random number of random variables to the estimated damage series. It is assumed that the values of extreme damages are independent and identically distributed over the time interval $(0,t]$ of one year and one season simultaneously. The distribution function can then be used to estimate the benefits of flood plain management projects.

The Richelieu River basin has been used for a numerical application because of its combined rural and urban characteristics and the fairly large amount of information acquired in previous studies.

Résumé

L'aménagement des plaines inondables nécessite une estimation des coûts et des bénéfices reliés aux diverses interventions dont on envisage l'implantation. Dans cette étude, on s'intéresse plus particulièrement à l'estimation des bénéfices.

Cette étude partant de la similitude existant entre la série temporelle des débits de crues et la série temporelle des dommages d'inondation, a pour but d'appliquer l'approche probabiliste aux dommages d'inondation. À cette fin, on développera, dans un premier temps, un modèle hydro-économique permettant d'estimer les dommages d'inondation associés à une crue. Ensuite, on dérivera une fonction de répartition des dommages en appliquant la théorie des valeurs extrêmes et la somme du nombre aléatoire de variables aléatoires à la série de dommages d'inondation précédemment estimée. On considérera les valeurs des dommages maximaux indépendantes et identiquement distribuées dans l'intervalle de temps (0,t] d'un an et d'une saison simultanément. De cette fonction, on peut extraire une estimation des bénéfices des projets.

Pour l'application numérique, on a retenu le bassin versant de la rivière Richelieu étant donné ses caractéristiques urbaines et rurales, et pour le grand nombre d'informations disponibles.

List of Symbols

$U_i(x_{i1}...x_{im})$	Satisfaction function for individual i
x_{ij}	Quantity of good j consumed by i, j=1...m
P_j	Price of good j
R_i	Revenue of individual i
W	Social utility function
$\Psi(x_2...x_m)$	Production function
θ	Factor representing the impact of the government's budgetary constraint on the choice of projects
B	Benefits of the project
C	Costs of the project
d	Variable representing physical and nonphysical damage
K	Variable representing all of the physical capital affected by the flood
KT	Variable representing the aggregate physical capital in the area
Y	Vector describing the hydrologic characteristics of a flood
α, γ	Coefficients of the global damage function of the Gompertz curve
z	Depth of submersion
Q_B	Base flow
Q_ν	Peak flow of rank ν in time interval (0,t] such that $Q_\nu > Q_b$

List of Symbols (Cont.)

ξ_ν	Exceedance of rank ν in time interval $(0,t]$
z_ν	Submersion depth associated with ξ_ν
D_ν	Damage associated with flood ξ_ν
$\tau(\nu)$	Time of occurrence of damage of rank ν
t	Time
$\Lambda(t)$	Average number of damages in time interval $(0,t]$
β	Parameter of the exponential distribution function of the damage values
$\chi(t)$	Maximum damage in time interval $(0,t]$
$H(x)$	Distribution function for damage values
$F_t(x)$	Distribution function for maximum damage
MAD	Mean annual damages
MAUD	Mean annual unit damage
r	Actualization rate
$\rho(x)$	Probability of damage x
MUD	Mean unit damage
$f(x)$	Percentage of residences affected by an exceedance x

Acknowledgments

This study was carried out at the Civil Engineering Department of École Polytechnique de Montréal by the "Groupe de recherche sur l'eau en milieu urbain (GREMU)." We wish to express our gratitude to Don W. Farley and Jean-Yves Pelletier, at Environment Canada, for their co-operation and guidance. We are also grateful for the valuable advice and sustained support of François Brière and Daniel Leblanc of the École Polytechnique.

Financial support for this research effort was provided by Environment Canada and the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada.

Introduction

As there is a similarity between flood flow and flood damage time series, in this study probability theory is applied to the estimation of flood damage. The methodology used is based on stochastic processes which permit the analysis of independent random variables that are identically distributed over a given time interval.

Application of this methodology requires a long-range flood damage series, which can be derived in several different ways, i.e., by post-flood survey, correlation or simulation. Although this study is primarily intended to apply the extreme value theory to flood damage, it also presents a procedure for estimating flood damages from hydrologic and economic variables (Chapter 3). The appeal of this approach stems from the total absence or else the inadequacy of damage series permitting the use of the extreme value theory.

The occupation of flood plains entails serious risks of flooding. It is argued, however, that the advantages--both tangible and intangible--of living near water outweigh the potential risks. Throughout history mankind has developed brilliant civilizations near the water. Historically, the proximity of water was a major benefit. Rivers and streams were the most efficient means of long-distance transportation; their proximity guaranteed a more reliable supply of food and drinking water, and flooding, its adverse effects notwithstanding, was often the means of fertilizing the soil. We need only think of the Nile and its natural activity, so crucial to the well-being and indeed the survival of Egypt. However, as society evolved, some of these benefits lost much of their significance or became negligible. For example, the development of road and rail networks has brought opportunities that water transport cannot always rival. Nor is the food supply function of water the vital factor it once was. Very few people now catch their own fish, as the development of commercial fishing and food distribution networks has made buying fish a more attractive option. As for

fertilization, the silt washed up by flood waters has been replaced by commercial products, which, given the random occurrence of flooding, are a more reliable source of supply.

Given that the beneficial aspects of living near water have lost some or much of their impact (although waste disposal and a number of other activities remain important advantages) and flooding remains a problem, we would logically expect a gradual move away from flood plains and consequent eradication of the flood problem. In fact, this is not at all the case. On the contrary, we are seeing an increase in flood-caused damage, as demonstrated in the study by Perrier (1978) on the chronological evolution of annual flood damage in Quebec. Ironically, the present situation can be explained in that the advantages of living in a riverside community still outweigh the disadvantages stemming from floods. Note, however, that such advantages are no longer attributable solely to the proximity of water but are increasingly linked to urban settlement.

This is made clearer when we take a broad look at the urbanization process. It has been said that people settled near bodies of water, some of which were prone to flooding, to reap the advantages offered by the site. Thus, to increase the chances of survival, they instituted riverside communities which in time matured into towns and villages. This had a major impact because the growth of urban populations justified the development of services and infrastructures--the most striking examples being roads and aqueducts--which had once been economically infeasible. Towns thus became more attractive, not only because of the proximity of water but also because of the availability of services. This led to even greater urban population density. At the time of the industrial revolution, industries settled in towns as a matter of course to take advantage of established services, tap the large workforce potential and consumer markets and, naturally, exploit such water-related services as processing and energy supplies. This was a dynamic process, the industrial presence making towns even more attractive to outsiders, which in turn further increased urbanization, a decisive factor in a town's ability to attract more industry. From that point on,

urbanization no longer depended entirely on the proximity of water but increasingly on the ability of a town to draw people interested in urban services, job opportunities, etc.

In sum, the fewer advantages of living near water, coupled with the continuing flood problem, do not deter people from settling in towns situated in flood plains, as the decline in the benefits derived from the proximity of water is more than offset by the increased advantages of urbanization.

Foreseeably, then, the flood problem will continue to exist, making it both interesting and useful to acquire as much knowledge as possible about flood damage. This is the contribution which this study intends to make.

Intervention Criterion

2.1 Cost-Benefit Analysis

To establish a criterion for flood plain intervention, we assume that the government, seeking to maximize the satisfaction of all members of society, will call upon its departments and agencies to set up programs designed to achieve this goal. This leads us to develop a theoretical framework inspired by the work of Eckstein (1958).

(a) An individual will allocate his income to the acquisition of various consumer goods to obtain maximum satisfaction. The utility function (U) of an individual (i) can be expressed as

$$U_i = U_i(x_{i1}, x_{i2} \ldots x_{im}) \tag{2.1}$$

Function $U_i(x_{i1} \ldots x_{im})$ is continuous and increasing; it is also strictly quasiconcave (Malinvaud, 1977). The level of satisfaction achieved will be a function of the quantities of goods (x_j, j=1...m) consumed by individual i, who will therefore seek to maximize U_i, subject to the constraint that the sum of his spending must not exceed his income (R_i). The optimum is determined by the following solution of the Lagrangian function (L_i):

$$L_i = U_i(x_{i1}, x_{i2} \ldots x_{im}) + \lambda_i(R_i - \sum_{j=1}^{m} P_j x_{ij}) \tag{2.2}$$

where λ_i = the Lagrangian multiplier for individual i;

x_{ij} = the good j consumed by individual i, j=1...m;

P_j = the price of good j (it is assumed from here on that the price system P_j is the same for all individuals);

R_i = the revenue of individual i;

$R_i - \sum_{j=1}^{m} P_j x_{ij}$ = the budgetary constraint on individual i.

Taking the partial derivatives relative to x_{ij} (j=1...m) and isolating λ_i, we obtain the following conditions of optimality:

$$\lambda_i = \frac{\partial U_i}{\partial x_{i1}} \cdot \frac{1}{P_1} = \ldots = \frac{\partial U_i}{\partial x_{im}} \cdot \frac{1}{P_m} \tag{2.3}$$

This gives the usual conditions of optimality, i.e., an individual will apportion his revenue among various goods in such a way that the marginal utility weighted by the inverse of their price is the same for all of the goods.

(b) By intervening in a given region, the project authorities supply the population with goods and/or services (Δx_{ij}). This variation in consumption will affect the level of satisfaction, which varies as follows:

$$\Delta U_i = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial U_i}{\partial x_{ij}} \Delta x_{ij} \tag{2.4}$$

Integrating Equation 2.3 in Equation 2.4 yields

$$\Delta U_i = \lambda_i \sum_{j=1}^{m} P_j \Delta x_{ij} \tag{2.5}$$

(c) With respect to the population affected by a given project, the variation in satisfaction ΔW will be defined as

$$\Delta W = \sum_{i=1}^{n} \Delta U_i \quad \text{(there are n individuals involved)} \tag{2.6}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \lambda_i P_i \Delta x_{ij} \tag{2.7}$$

In a first approximation, we assumed that the λ_i's are constant and the same for all individuals. Equation 2.7 becomes

$$\Delta W = \lambda \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_{ij} \tag{2.8}$$

Owing to its properties of growth and quasiconcavity, the consumer satisfaction function is unique to within a monotonic transformation (Malinvaud, 1977). We can therefore write

$$\Delta W = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_{ij} \tag{2.9}$$

$$= \sum_{j=1}^{m} P_j \sum_{i=1}^{n} \Delta x_{ij} \tag{2.10}$$

Supposing $\Delta x_j = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_{ij}$, one obtains

$$\Delta W = \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_j \tag{2.11}$$

The variation in satisfaction of the population thus equals the sum of variations in real income.

(d) Let us now consider one possible application of this model to flood plain management. The project authorities will seek to maximize ΔW by converting production factors $(x_2 \ldots x_m)$ into consumer goods x_1. The production function will be represented by

$$x_1 = \Psi(x_2 \ldots x_m) \tag{2.12}$$

where x_1 is the aggregate of goods produced and $\Psi(x_2 \ldots x_m)$ is the production function.

The project authorities, while considering the production function, must also adhere to their budgetary constraint (D) and thus make certain that the costs (C) of their activities do not exceed D. The Lagrangian equation (L_2) is solved as follows:

$$L_2 = \sum_{j=1}^{m} P_j \Delta x_j - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \tag{2.13}$$

$$L_2 = P_1 \Delta x_1 - \sum_{t=2}^{m} P_t \Delta x_t - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \tag{2.14}$$

Since Δx_1 represents the variation in consumer goods, $P_1 \Delta x_1$ is equal to the real benefit (B) of the project. Since Δx_t represents the production factors used, $\sum_{t=2}^{m} P_t \Delta x_t$ represents the real costs (C) of the project. Equation 2.14 becomes

$$L_2 = B - C - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \tag{2.15}$$

At optimum, we have

$$\frac{\partial B}{\partial x_1} - \mu = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial C}{\partial x_t}(1+\theta) - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_t} = 0 \qquad \text{for any } t \tag{2.17}$$

Isolating μ from (2.16) and (2.17) gives

$$(1+\theta)\ \frac{\partial C}{\partial x_t} - \frac{\partial B}{\partial x_1}\frac{\partial \Psi}{\partial x_t} = 0 \tag{2.18}$$

$$\frac{\dfrac{\partial B}{\partial x_1}\dfrac{\partial \Psi}{\partial x_t}}{\dfrac{\partial C}{\partial x_t}} = (1+\theta) \qquad \text{for any } t \tag{2.19}$$

In a simplified form,

$$\frac{\partial B/\partial x_t}{\partial C/\partial x_t} = 1 + \theta \quad \text{for any } t \tag{2.20}$$

Equation 2.20 forms the intervention criterion for flood plain management authorities. The term $(\partial B/\partial x_t)$ represents the variation in consumer benefits (and satisfaction) generated by a project yielding x_1 produced by means of x_t. In our case, x_1 may represent an increase in flood protection; $(\partial C/\partial x_t)$ is the marginal cost of the project; θ is a factor that takes into account the scarcity of funds available to project authorities. Where only one project is contemplated, the criterion determines the optimum scope of the intervention, i.e., the marginal benefit should exceed the marginal cost by a factor $(1+\theta)$. When a number of independent projects are being considered, the individual marginal projects should be selected such that the benefits of the project exceed the cost of the project by a factor $(1+\theta)$. If the projects are incompatible or the benefits and costs of one project are affected by the implementation of another project, some other criterion will have to be used, in which case authorities will opt for a combination of compatible projects that maximizes the economic impact while adhering to the government's budgetary constraint. Further information on the evaluation of public projects can be found in the work of Lévy-Lambert and Dupuis (1973).

2.2 Remarks on the Intervention Criterion

We have just established a flood plain intervention criterion based on a relatively elementary theoretical framework. This criterion is dependent upon (a) the budgetary constraint, which determines the parameter θ, (b) the project production function, which determines costs, and (c) the function for the satisfaction of the individuals affected by the project, which determines benefits. Note that although this criterion is conceptually clear, its use poses a number of problems, particularly with respect to flood plain management projects. While budgetary constraint is fairly easy to obtain and the costs of the different interventions such as dikes

and reservoirs can be calculated with satisfactory accuracy, we must contend with an extreme lack of accuracy when it comes to the evaluation of project benefits. Indeed, project evaluation is complicated by a lack of information on quantification of the benefits of flood plain intervention. Research efforts should therefore focus on maximizing information about these benefits. We attempt here to provide some initial solutions in this regard.

Theoretical Considerations

The purpose of this Chapter is to present the theory of extreme values which we will use to analyse the flood damage series. In view of the virtual nonexistence of flood damage series, we will also present a methodology for estimating flood-related damages by means of hydrologic and economic parameters.

3.1 Hydroeconomic Model

The damages associated with any given flood comprise two types of variables: natural random variables (flood flow, depth of submersion, etc.) and nonnatural determinist or random variables (economic development of the study area). The damage function can generally be written as follows (El-Jabi et al., 1982b):

$$d = f(K,Y) \tag{3.1}$$

where d = a variable describing various possible types of physical and nonphysical damage;

K = a variable describing all of the physical capital such as residences, commercial and industrial buildings, and stocks, and associated activities such as production flow and domestic services;

Y = a vector of the elements that describe the flood characteristics such as water depth and velocity and duration of submersion.

Given the characteristics of flood damages, the damage function is a monotonic, continuous, non-decreasing function that takes the shape of an S-curve (Dantzig, 1956) (Fig. 3.1). The Gompertz curve reflects these characteristics and was thus the one used. If, in addition, we take only the depth of submersion as the hydrologic variable of damage, the damage function is expressed as

$$\frac{d}{K} = \frac{1}{e^{e^{-\alpha}} - 1} \left\{ e^{\left[1 - e^{-\gamma z}\right] e^{-\alpha}} - 1 \right\} \qquad (3.2)$$

where z = the depth of submersion;

α and γ = the parameters to be estimated.

In Equation 3.2, the units of the damage variable are regarded as unitary for the various economic sectors ($/unit). Simply knowing the depth of submersion of any given economic unit is therefore sufficient to calculate the damage that it incurs.

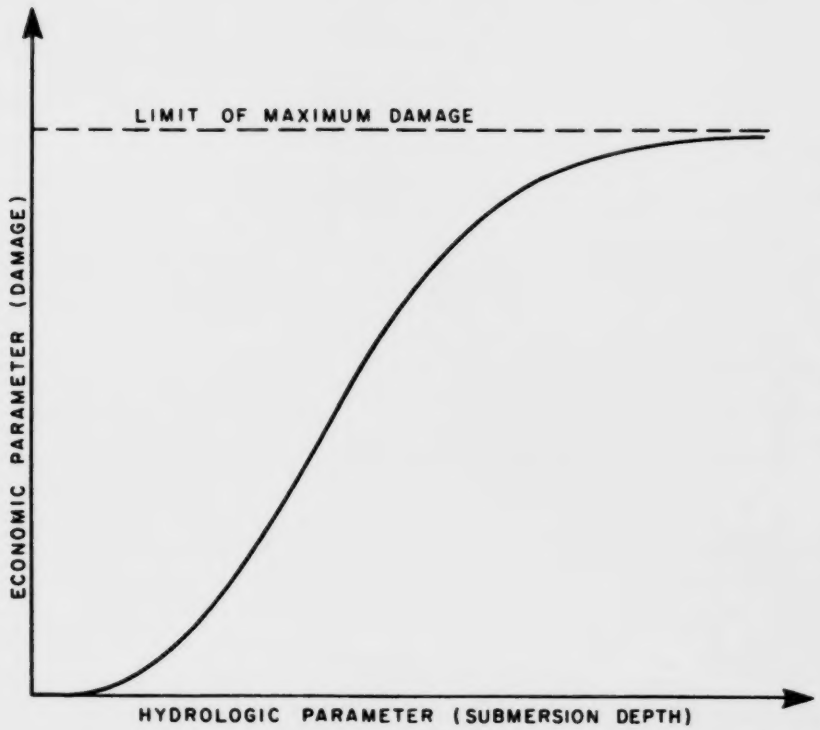

Figure 3.1. Damage function.

Note that Equation 3.2 considers a constant depth of submersion for the entire stock of physical capital. It is highly unlikely, however, that all of the economic units are situated on the same level and thereby subjected to the same submersion depth. The enormous task of calculating the depth of submersion for each individual unit is alleviated by determining the mean unit damage corresponding to a particular depth. This mean unit damage corresponds to the damage that would occur if the economic units were uniformly distributed within a sector lying between the base level ($z = 0$) and the elevation considered ($z = z_1$). This hypothesis is valid for certain economic units (residences) but does not apply in every case. Industrial sectors, for instance, must be dealt with on a per unit basis. The mean unit damage becomes

$$(\overline{d/K})_{z_1} = \int_0^{z_1} \frac{F(z)}{z_1}\, dz \qquad (3.3)$$

where $F(z)$ = the unit damage function (Equation 3.2).

3.2 Model of Extreme Values

The model of extreme values has been extensively applied to the flood phenomenon (El-Jabi et al., 1982a). The methodology described in the preceding chapter associates with each flood an estimate of the mean unit damage caused by that flood. A certain similarity can therefore be expected between the flood phenomenon and the resulting damages.

The similarity is obvious if we consider the following process:

- For a given river, we take a hydrograph representing the instantaneous flows for a time interval $(0,t]$ (Fig. 3.2).

- Given the time discontinuity of the flood phenomenon, the hydrograph can be derived by applying the model below (Fig. 3.3).

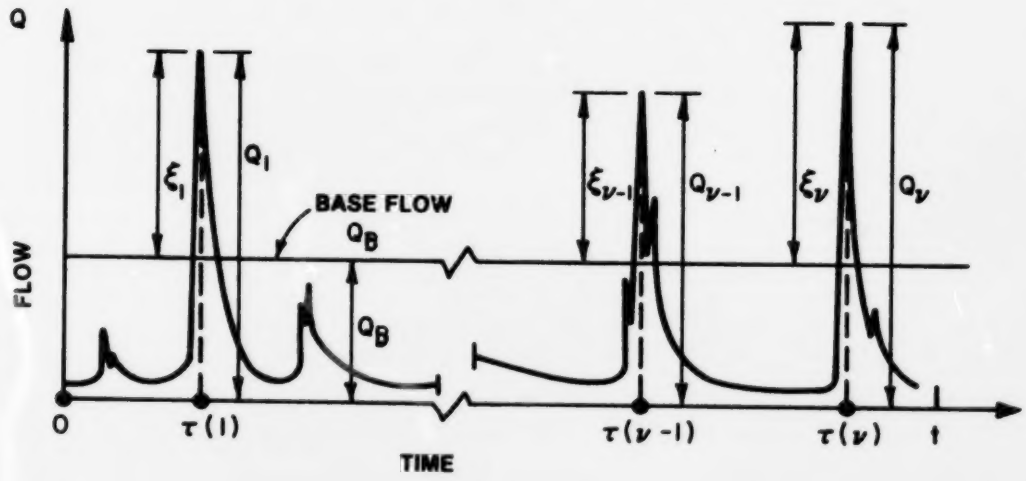

Figure 3.2. Hydrograph of instantaneous river flow at a given station.

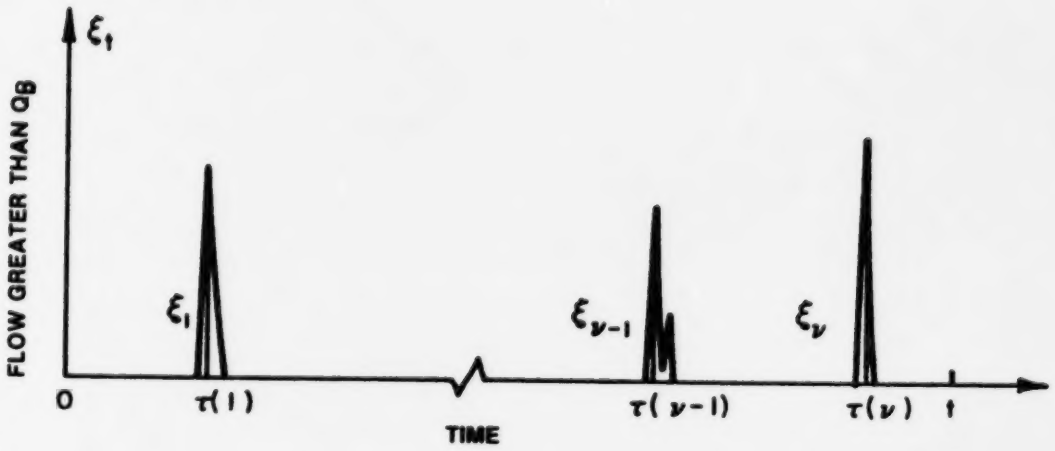

Figure 3.3. Flood flow hydrograph.

$$\xi_t = \begin{cases} 0 & ; \quad Q_\nu < Q_B \\ Q_\nu - Q_B & ; \quad Q_\nu > Q_B \end{cases} \tag{3.4}$$

where Q_B = the base flow;
Q_ν = the flood flow at time $\tau(\nu)$;
ξ_t = the exceedance at time $\tau(\nu)$.

- In considering only the maximum exceedance of the intermittent series to preserve the condition of independence between the exceedances that we use to derive the model of extreme values, we obtain a discrete, non-negative stochastic process for the exceedances in interval $(0,t]$. The ξ_ν series is the one often analysed by the extreme value theory (Fig. 3.4).

- A depth of submersion z_ν can be associated with each exceedance ξ_ν.

- Knowing the submersion depth z_ν, we can use our methodology to determine the mean unit damage associated with each flood MUD_ν (Fig. 3.5).

The similarity between the exceedance series and the mean unit damage series can be observed by comparing Figures 3.4 and 3.5.

The discrete stochastic process formed by the series of mean unit flood damages, MUD_ν, represents the base series which will be analysed by means of the extreme value theory. Given the nature of flood damages, the number of mean unit damages $MUD_\nu \in (0,t]$ and the time of occurrence of those damages $\{\tau(\nu),\ \nu = 0,1,2...\}$ can be regarded as random variables. In this study, their values are also regarded as random.

It has been demonstrated (Todorovic, 1970) that the maximum exceedances follow a stochastic process wherein the number and values of the exceedances are combined in a model in which they are independent and identically distributed over a time interval (T_{k-1}, T_k), giving the distribution function of the maximum exceedance $\chi(t)$:

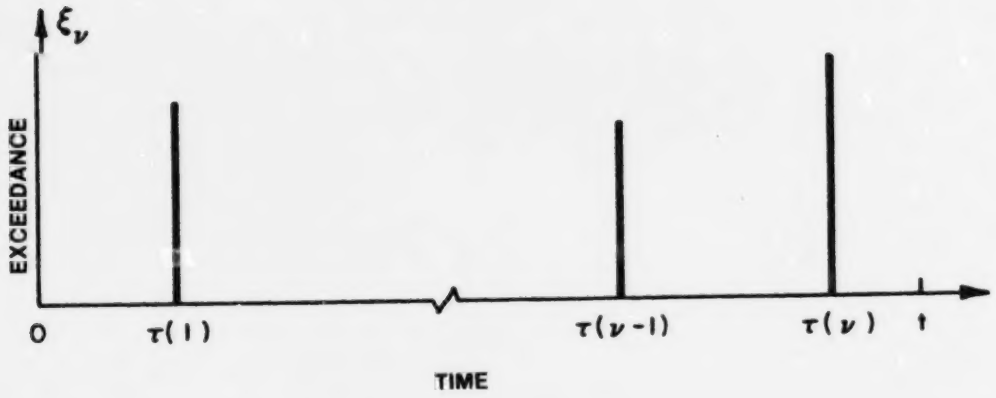

Figure 3.4. Representation of the stochastic process of exceedances in time interval (0,t].

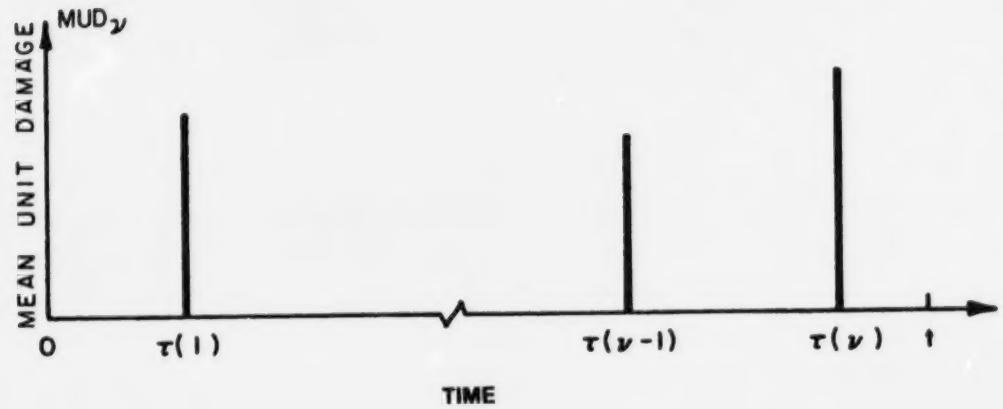

Figure 3.5. Representation of the stochastic process of mean unit damage in time interval (0,t].

$$F_t(x) = P\{\chi(t) < x\} \tag{3.5}$$

with

$$\chi(t) = \underset{\tau(\nu) < t}{\text{Sup}} \text{MUD}_\nu$$

Rousselle (1972) expresses this function as

$$F_t(x) = \exp \{- \sum_{n=1}^{k-1} [\Lambda(T_n) - \Lambda(T_{n-1})][1-H_n(x)]$$

$$- [\Lambda(t) - \Lambda(T_{k-1})][1-H_k(x)]\} \tag{3.6}$$

for every $k = 1,2...$ and $t \in (T_{k-1}, T_k)$ where $\Lambda(t)$ is the average number of exceedances $\xi \in (0,t]$ and $H(x)$ is the distribution function of the value of the exceedances such that

$$H(x) = P(\xi < x) \tag{3.7}$$

The function $H(x)$ can be represented by a statistical law, e.g., lognormal or gamma, depending on the hydrometeorological nature of the river or region in question. Rousselle (1972) has demonstrated that an exponential distribution function can apply satisfactorily for describing the flow exceedances in most cases of flooding:

$$H(x) = 1 - e^{-\beta x} \quad ; \quad \beta > 0 \tag{3.8}$$

where $\beta = \{E(\xi)\}^{-1}$

Therefore two cases are to be considered.

(1) The exceedances ξ_ν are Independent and Identically Distributed over a one-Year interval (IIDY) (Zelenhasic, 1970):

$$F_t(x) = \exp [-\Lambda(t)\, e^{-\beta x}] \tag{3.9}$$

where $\Lambda(t)$ is the average number of exceedances per year and β is the parameter of the exponential function.

(2) The exceedances ξ_ν are Independent and Identically Distributed over a one-Season interval (IIDS) (Rousselle, 1972):

$$F_t(x) = \exp\{-\Lambda(T_1)\, e^{-\beta_1 x} - [\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1)]\, e^{-\beta_2 x} - [\Lambda(T_3) - \Lambda(T_2)]\, e^{-\beta_3 x} - [\Lambda(t) - \Lambda(T_3)]e^{-\beta_4 x}\} \qquad (3.10)$$

where $\Lambda(T_1)$, $[\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1)]$... represent the average number of exceedances per season and β_1, β_2... are the parameters of the exponential function.

Lastly, the mean unit damage/probability relation is given by

$$\rho(x) = 1 - F_t(x) \qquad (3.11)$$

where $\rho(x)$ = the mean unit damage/probability relation;
$F_t(x)$ = the distribution function of the maximum exceedance.

The mean unit damage/probability relation is significant, being, as it were, the final outcome of the extreme value theory. Assuming the independence of the number and value of mean unit flood damages, this model permits us to relate this variable to its probability of occurrence. This is particularly important because this relation can be used to derive the mean annual unit damage, a key variable in the profitability analysis of flood plain management projects. The mean annual unit damage (MAUD) is calculated by the following formula:

$$\text{MAUD} = \int_0^\infty \rho(x)\, dx \qquad (3.12)$$

Numerical Application

This Chapter presents a numerical illustration, beginning with the development of an intermittent series of mean unit flood damages in the Quebec town of Saint-Jean on the Richelieu River. Secondly, this series will be analysed by means of the extreme value theory. Lastly, we will comment on the utility of this approach. The application will be confined to the residential sector. Note, however, that a few slight modifications will render this methodology applicable for any other economic sector as well.

4.1 Estimation of the Mean Unit Flood Damage Series

Estimation of the mean unit flood damage series requires evaluation of parameters α and γ of Equation 3.2. These parameters are constant for all floods and are determined by the economic characteristics of the study area.

The data needed for this estimation were taken from the post-flood inquiry done in 1976 by the Centre de recherche en aménagement régional (CRAR, 1977) within the Richelieu River region. This inquiry permitted the estimation of the ratio d/K by giving the flood damage (d) relative to the flood of 1976 and to a hypothetical equivalent flood plus 0.305 m (1 ft) of additional submersion. Also, the K values for each damage unit could be estimated. Thus, the variables K, Y (= z, the submersion height in this case) and d are known. The estimation of the parameters α and γ from the Equation 3.2 is done by considering d/K as a dependent variable and z as an independent variable which corresponds to the least-squares method for nonlinear functions (Draper and Smith, 1966). Knowing these parameters (α = 0.953 and γ = 0.108), it is easy to find d/K for a certain submersion height.

The depth of submersion in the study area is then evaluated from the daily flow rates of the target river, supplied by Environment Canada (Table 4.1). The backwater curves are calculated by the HEC-2 program

Table 4.1 Peak Flows and Corresponding Exceedances of the Richelieu River: Hydrometric Gauging Station 02ØJ007 at Fryers Rapids, Flow = 25 000 cfs

Year.day*	Flow (cfs)	Exceedance (cfs)	Year.day*	Flow (cfs)	Exceedance (cfs)
1938.182	25 800	800	1955.199	40 700	15 700
1938.186	25 500	500	1956.224	32 500	7 500
1938.192	25 300	300	1958.211	39 400	14 400
1938.200	29 200	4 200	1959.211	34 200	9 200
1938.202	26 300	1 300	1960.213	36 800	11 800
1939.212	42 600	17 600	1961.216	25 900	900
1940.219	37 100	12 100	1961.218	25 400	400
1940.268	25 500	500	1961.228	26 800	1 800
1942.210	32 500	7 500	1962.214	30 100	5 100
1943.183	25 300	300	1963.212	37 600	12 600
1943.229	38 100	13 100	1968.186	29 900	4 900
1944.203	25 600	600	1969.192	25 700	700
1944.215	34 300	9 300	1969.212	39 200	14 200
1944.233	26 400	1 400	1970.213	39 100	14 100
1945.187	35 100	10 100	1971.224	40 300	15 300
1945.207	25 200	200	1972.223	42 300	17 300
1945.235	34 700	9 700	1972.255	26 100	1 100
1946.173	26 300	1 300	1972.258	25 600	600
1946.175	25 800	800	1973.188	36 600	11 600
1947.249	43 700	18 700	1973.240	30 100	5 100
1948.187	29 500	4 500	1973.276	25 800	800
1948.198	26 800	1 800	1974.081	26 900	1 900
1948.201	25 800	800	1974.105	25 500	500
1950.194	26 500	1 500	1974.189	26 900	1 900
1950.199	26 000	1 000	1974.227	35 600	10 600
1950.208	28 800	3 800	1975.215	27 000	2 000
1950.222	30 100	5 100	1976.188	41 900	16 900
1951.201	38 700	13 700	1977.185	35 600	10 600
1952.204	33 600	8 600	1977.223	25 800	800
1952.225	26 300	1 300	1978.213	37 400	12 400
1953.193	29 600	4 600	1979.188	35 000	10 000
1953.217	32 500	7 500	1981.151	27 900	2 900
1954.212	36 800	11 800	1981.196	26 900	1 900

* The days are based on the hydrologic year: October 1=1, September 30 = 365.

developed at the Hydrologic Engineering Center by the U.S. Army Corps of Engineers (1969). The depth of submersion for a given municipality is calculated by taking the average of the downstream and upstream levels for a particular flood and subtracting the average of the downstream and upstream levels for the base flow.

Knowing the submersion depth of a given flood enables the estimation of the associated unit damage. To take into account the dispersed layout of residences within the study area, however, the mean unit damage (MUD) must be determined. This analysis assumes that the units are uniformly spread over the flood area. Knowing parameters α and γ and the submersion depth for the floods having occurred during the period 1938-1981 makes it possible to generate the mean unit damage series. The integral of Equation 3.3 was calculated using the Continuous System Modelling Program (CSMP).

4.2 Application of Extreme Value Theory to the Mean Unit Flood Damage Series

The series of mean unit flood damages sustained by the town of Saint-Jean comprises 66 events (or damage incidents) over a 44-year period, an average of 1.5 events per year. The seasonal distribution of damages for the recording period is given in Table 4.2. As is shown, most of the damage occurred in the spring as a result of flooding brought on by snowmelt.

(a) Distribution Function of Mean Unit Damage Value

The distribution function of the mean unit damage value, $H(x)$, given by Equation 3.8, is required to derive the damage distribution function. In the case of annual damage distribution, assuming an exponential distribution of the mean unit damage (MUD) value gives

$$H(x) = 1 - \exp\left[-21.671\ x\right] \qquad (4.1)$$

Table 4.2. Seasonal and Annual Variations of $\Lambda(t)$

Season	Period	Interval	$\Lambda(t)$
Autumn	Sept. 21 - Dec. 20	$(0,T_1]$	$\Lambda(T_1) = 0.023$
Winter	Dec. 21 - March 20	$(T_1,T_2]$	$\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1) = 0.045$
Spring	March 21 - June 20	$(T_2,T_3]$	$\Lambda(T_3) - \Lambda(T_2) = 1.386$
Summer	June 21 - Sept. 20	$(T_3,T_4]$	$\Lambda(T_4) - \Lambda(T_3) = 0.045$
Year	Sept. 21 - Sept. 20	$(0,T_4]$	$\Lambda(t) = 1.500$

Table 4.3 Seasonal and Annual Variations of β

Season	Average of MUD	$\beta = \{E[MUD]\}^{-1}$
Autumn	0.0225	44.444
Winter	0.0150	66.667
Spring	0.0488	20.487
Summer	0.0075	133.333
Year	0.0461	21.671

The parameters of the exponential function for seasonal distribution of the mean unit damage are given in Table 4.3. Using the Kolmogorov-Smirnov test, adjustment of the observed values to the exponential function was accepted at a confidence level of 5%.

(b) Damage Distribution Function

Given the values of the parameters $\Lambda(t)$ (Table 4.2) and β (Table 4.3), the damage distribution function can be determined. For the town of Saint-Jean, an annual distribution of the mean unit damage (IIDY) gives

$$F_t(x) = \exp\{-1.5 \exp[-21.671\ x]\} \tag{4.2}$$

This function can be derived for different time periods by replacing $\Lambda(t)$ and β of the period considered in Equation 3.10. Adjustment of the MUD distribution to a double exponential function was verified at a confidence level of 1% using the Kolmogorov-Smirnov test.

(c) Mean Unit Damage/Probability Relation

The damage/probability relation is given by the equation $\rho(x) = 1-F_t(x)$. In the case of Saint-Jean, an annual distribution (IIDY) of the mean unit damage yields

$$\rho(x) = 1 - \exp\{-1.5 \exp[-21.671\ x]\} \tag{4.3}$$

and a seasonal distribution (IIDS) yields

$$\begin{aligned}\rho(x) = 1 - \exp\{&-0.023 \exp[-44.444\ x] \\ &-0.045 \exp[-66.667\ x] \\ &-1.386 \exp[-20.487\ x] \\ &-0.045 \exp[-133.33\ x]\}\end{aligned} \tag{4.4}$$

The results of Equations 4.3 and 4.4 are presented in Figure 4.1. The mean unit damage/probability analysis is the final step in the successful application of extreme value theory to Saint-Jean. This relation can be put to an important use, namely the estimation of the mean annual unit damage (MAUD).

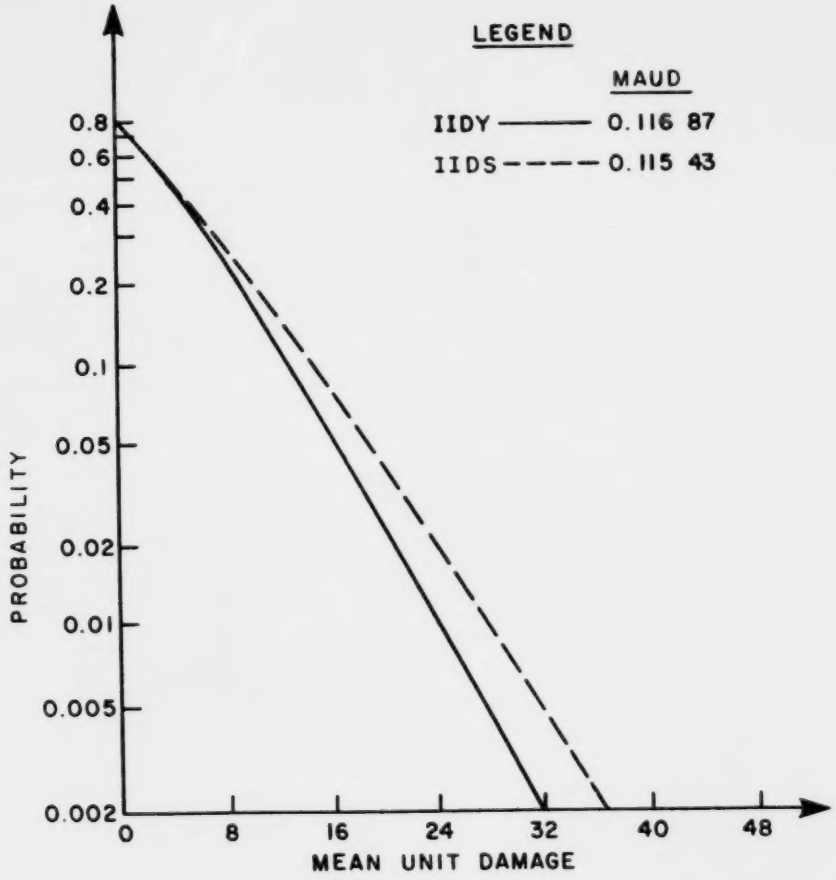

Figure 4.1. Mean unit damage/probability relation.

This particular estimate is made by calculating the area under the probability curve represented by Equation 3.11. For Saint-Jean, this gives the values below:

- A mean annual unit damage of .116 87 on the assumption that the floods are independent and identically distributed over a one-year period (IIDY);

- A mean annual unit damage of .115 43 on the assumption that the floods are independent and identically distributed over a one-season period (IIDS).

Knowing the mean annual unit damage, we can estimate the mean annual damage by the following relation:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{MAD}{(1+r)^i} = \sum_{i=1}^{n} (MAUD \cdot K_i)\,(1+r)^{-i} \qquad (4.5)$$

The variable K_i represents the value of the residences affected by the flood in year i. As this variable is unknown, we estimated it as follows:

$$K_i = KT_i \cdot f(x_i) \qquad (4.6)$$

with

$$x_i = Q_i - Q_B$$

where KT_i = the total value of the residences in the municipality at time i;

$f(x)$ = the function giving the percentage of residences affected by an exceedance x;

Q_i = the exceedance flow at time i;

Q_B = the base flow in the area.

Note that $f(x_i)$ is clearly a monotonic, non-decreasing function taking nonnegative values and tending asymptotically to the unit. Lacking any other preliminary information on the form of this relation, the form selected was

$$f(x_i) = \frac{x_i}{x_i+b} \tag{4.7}$$

The CRAR survey (1977) was used to estimate this equation. For Saint-Jean we found b = 656 400. Equation 4.5 becomes

$$\sum_{i=1}^{n} MAD\ (1+r)^{-i} = MAUD \sum_{i=1}^{n} KT_i \cdot f(x_i)\ (1+r)^{-i} \tag{4.8}$$

As $f(x_i)$ was unknown, we used $\overline{f(x_i)}$ instead. In the present case, $\overline{f(x_i)}$ = 0.009 370 8 and KT_i represents the total value of the residences at time i, which is also unknown. In supposing that the residential stock increases at a constant rate, δ, KT_i can be replaced by $KT_0(1-\delta)^i$, which gives

$$\sum_{i=1}^{n} MAD(1+r)^{-i} = MAUD \cdot KT_0 \cdot \overline{f(x_i)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1+\delta}{1+r}\right)^i \tag{4.9}$$

In 1981, the town of Saint-Jean comprised 12 680 residences with an average value of $29 327. Using this information, together with the MAUD and $\overline{f(x_i)}$ values given above, and adequately determining δ, r and n, we can derive an estimation of the actualized mean annual damage. For instance, if δ = 0.03, r = 0.10 and n = 30, we obtain

$$\sum_{i=1}^{n} MAD\ (1+r)^{-i} = \begin{cases} \$5.21 \text{ million (IIDY)} \\ \$5.15 \text{ million (IIDS)} \end{cases} \tag{4.10}$$

Conclusions

5.1 Methodology

This research effort purported to apply the theory of extreme values to mean unit flood damages to obtain an estimate of the mean annual damage, a key variable in the cost-benefit analysis of flood plain management projects. This theory should be applied to samples comprising numerous events. Since there exist virtually no such flood damage series, we resorted to a simulation method whereby an estimate of mean unit flood damage is associated with each flood. This approach has the advantage of taking into account the hydrologic characteristics of the floods and of the economic development of the study area.

Once the mean unit flood damage series has been calculated, we can apply the theory of extreme values, which exploits the characteristics of the flood damage phenomenon (random variables continued in time). Given these characteristics, stochastic processes are very useful and indeed necessary tools for the study of the phenomenon. The stochastic approach to estimating flood damage features a number of advantages:

(i) The possibility of choosing various distribution functions for the mean unit damage values;

(ii) The capacity to consider all damages having occurred in time interval $(0,t]$, not just one single damage, as with other probabilistic methods; this advantage broadens our information base;

(iii) The flexibility in the choice of time interval $(0,t]$, which may range from one day to one year; in this study we worked with an interval of one year and one season;

(iv) The capacity to combine the value and number of occurrences of flood damages for a representation of the maximum damage distribution.

5.2 Numerical Application

The conclusions derived from our numerical application pertain to two different areas: the method of estimating the damages associated with a given flood and application of the extreme value theory.

(i) Flood Damage Estimation Methodology

We have been successful in estimating flood damages by means of a relatively simple methodology that uses readily obtainable hydrologic and economic series as input variables. This approach, however, has one weakness; it does not take into account the time required to recapitalize an area that has been flooded. As a result, when the area suffers a second flood several days after the first, it is assumed that the local capital stock is the same for the second occurrence, and no consideration is given to post-flood capital depreciation or to the time required for capital revaluation. This oversight theoretically entails overassessment of the damages from the second flood. In the case of the Richelieu, however, this bias has only relative significance owing to the local flood profile (infrequent occurrence and broad hydrographs). Nevertheless, recapitalization time would be an important factor for areas subject to frequent major flooding.

(ii) Application of the Extreme Value Theory

In light of the objective of our research effort, which was to apply the theory of extreme values to the estimation of mean unit flood damages, our main conclusion is that the application was a definite success.

References

CRAR. 1977. Evaluation des dommages causés par les inondations en 1976 à divers niveaux d'élévation de la rivière Richelieu et de la baie Missisquoi, Haut-Richelieu, Québec, Univ. de Sherbrooke, 210 pp.

Dantzig, D.V. 1956. Economic decision problems for flood prevention, Econometrica, Vol. 24, No. 3, pp. 276-287.

Draper, N.R. and H. Smith. 1966. Applied Regression Analysis, Wiley, 407 pp.

Eckstein, O. 1958. Water Resources Development : The Economics of Project Evaluation, Harvard University Press, pp. 71-80.

El-Jabi, N., F. Ashkar, D. Richard and J. Rousselle. 1982a. Analyse stochastique des débits de crue pour la province de Québec. Report to the Quebec Department of the Environment, 615 pp.

El-Jabi, N., J. Rousselle, F. Brière and D. Leblanc. 1982b. Flood plain management - a hydro-economic analysis. Sci. Ser. No. 127, Inland Waters Directorate, Environment Canada, Ottawa, 120 pp.

Lévy-Lambert and J.P. Dupuis. 1973. Les choix économiques dans l'entreprise et dans l'administration, Vol. 1, Dunod, Paris, 261 pp.

Malinvaud, E. 1977. Leçons de théorie microéconomique. Dunod, Paris, pp. 23-25.

Perrier, R. 1978. Historique des inondations au Québec. Association québécoise des techniques de l'eau et la Fédération des associations canadiennes de l'environnement (AQTE-FACE) annual meeting, May 14-17 1978, Quebec, pp. 25.1-25.35.

Rousselle, J. 1972. On Some Problems of Flood Analysis. Ph.D Thesis, Colorado State University, 226 pp.

Todorovic, P. 1970. On some problems involving random number of random variables . Ann. Math. Stat., Vol. 41, No. 3, pp. 1059-1063.

U.S. Army Corps Of Engineers. 1969. HEC-2, Water Surface Profiles. Training Document No. 4, The Hydrologic Engineering Center, California, 31 pp.

Zelenhasic, E. 1970. Theoretical Probability Distributions for Flood Peaks, Colorado State University, Hydrol. Paper, No. 42, 35 pp.

Environnement Canada Environment Canada

Analyse de séries chronologiques des dommages d'inondation

Pierre Ouellette,* Nassir El-Jabi† et Jean Rousselle†

* Département de sciences économiques, Université de Montréal.
† Département de génie civil, École Polytechnique de Montréal.

ÉTUDE N° 146, SÉRIE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GÉNÉRALE DES EAUX INTÉRIEURES
RÉGION DU QUÉBEC
DIRECTION DE LA PLANIFICATION ET DE LA GESTION (EAUX)
SAINTE-FOY (QUÉBEC) 1986

(Available in English on request)

©Ministre des Approvisionnements et Services Canada 1986
N° de cat. En 36-502/146F
ISBN 0-662-93732-5

Table des matières

	Page
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
LISTE DES SYMBOLES	vii
REMERCIEMENTS	ix
1. INTRODUCTION	1
2. CRITÈRE D'INTERVENTION	4
2.1 Analyse coûts-bénéfices	4
2.2 Remarques sur le critère d'intervention	9
3. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES	11
3.1 Modèle hydroéconomique	11
3.2 Modèle des valeurs extrêmes	13
4. APPLICATION NUMÉRIQUE	20
4.1 Estimation de la série des dommages unitaires moyens d'inondation	20
4.2 Application de la théorie des valeurs extrêmes à la série de dommages unitaires moyens d'inondation	22
5. CONCLUSIONS	29
5.1 Conclusions relatives à l'approche utilisée	29
5.2 Conclusions de l'application numérique	30
RÉFÉRENCES	32

Tableaux

		Page
4.1	Débits de pointes et excédances correspondantes de la rivière Richelieu, station de jaugeage hydrométrique 02ØJ007 au rapide Fryers, débit de base = 25 000 pcs	21
4.2	Valeurs saisonnières et valeur annuelle de $\Lambda(t)$	23
4.3	Valeurs saisonnières et valeur annuelle de β	23

Illustrations

Figure 3.1	Fonction de dommages	12
Figure 3.2	Hydrogramme représentant le débit instantané d'une rivière à une station donnée	15
Figure 3.3	Hydrogramme représentant le débit des crues	15
Figure 3.4	Réalisation du processus stochastique des excédances dans l'intervalle de temps (0,t]	16
Figure 3.5	Réalisation du processus stochastique des dommages unitaires moyens dans l'intervalle de temps (0,t]	16
Figure 4.1	Relation dommages unitaires moyens/fréquence de dépassement	26

Résumé

L'aménagement des plaines inondables nécessite une estimation des coûts et des bénéfices reliés aux diverses interventions dont on envisage l'implantation. Dans cette étude, on s'intéresse plus particulièrement à l'estimation des bénéfices.

Cette étude partant de la similitude existant entre la série temporelle des débits de crues et la série temporelle des dommages d'inondation, a pour but d'appliquer l'approche probabiliste aux dommages d'inondation. A cette fin, on développera, dans un premier temps, un modèle hydroéconomique permettant d'estimer les dommages d'inondation associés à une crue. Ensuite, on dérivera une fonction de répartition des dommages en appliquant la théorie des valeurs extrêmes et la somme du nombre aléatoire de variables aléatoires à la série de dommages d'inondation précédemment estimée. On considérera les valeurs des dommages maximaux indépendantes et identiquement distribuées dans l'intervalle de temps $(0,t]$ d'un an et d'une saison simultanément. De cette fonction, on peut extraire une estimation des bénéfices des projets.

Pour l'application numérique, on a retenu le bassin versant de la rivière Richelieu étant donné ses caractéristiques urbaines et rurales, et pour le grand nombre d'informations disponibles.

Abstract

Effective flood plain management requires estimation of the costs and benefits of all contemplated projects. In this study the focus is on estimating the benefits of such schemes.

Starting from the similarity between flood flow and flood damage time series, the authors take a probabilistic approach to flood damage estimation. They first develop a hydroeconomic model to assess flood-related damages and then derive a damage distribution function by applying the theory of extreme values and the sum of the random number of random variables to the estimated damage series. It is assumed that the values of extreme damages are independent and identically distributed over the time interval $(0,t]$ of one year and one season simultaneously. The distribution function can then be used to estimate the benefits of flood plain management projects.

The Richelieu River basin has been used for a numerical application because of its combined rural and urban characteristics and the fairly large amount of information acquired in previous studies.

Liste des symboles

$U_i(x_{i1}...x_{im})$	Fonction de satisfaction de l'individu i
x_{ij}	Quantité du bien j consommé par i, j=1...m
P_j	Prix du bien j
R_i	Revenu de l'individu i
W	Fonction d'utilité sociale
$\Psi(x_2...x_m)$	Fonction de production
θ	Facteur représentant l'impact de la contrainte budgétaire du gouvernement sur le choix des projets
B	Bénéfices du projet
C	Coûts du projet
d	Variable représentant les dommages physiques et non physiques
K	Variable représentant l'ensemble du capital physique touché par la crue
KT	Variable représentant l'ensemble du capital physique de la région
Y	Vecteur représentant les caractéristiques hydrologiques des crues
α, γ	Coefficients de la fonction de dommage globale de la forme de Gompertz
z	Hauteur de l'eau
Q_B	Débit de base
Q_ν	Débit de pointe de rang ν dans l'intervalle de temps $(0,t]$ tel que $Q_\nu > Q_b$
ξ_ν	Excédance de rang ν dans l'intervalle de temps $(0,t]$
z_ν	Hauteur de submersion associée à ξ_ν
D_ν	Dommage associé à la crue ξ_ν

Liste des symboles (suite)

$\tau(\nu)$	Temps d'occurrence du dommage de rang ν
t	Temps
$\Lambda(t)$	Nombre moyen de dommages dans l'intervalle de temps $(0,t]$
β	Paramètre de la fonction de distribution exponentielle des valeurs des dommages
$\chi(t)$	Dommage maximum dans l'intervalle de temps $(0,t]$
$H(x)$	Fonction de répartition des valeurs des dommages
$F_t(x)$	Fonction de répartition du dommage maximum
DMA	Dommages moyens annuels
DUMA	Dommages unitaires moyens annuels
r	Taux d'actualisation
$\rho(x)$	Fréquence de dépassement du dommage x
DUM	Dommages unitaires moyens
$f(x)$	Pourcentage des résidences touchées par une excédance x

Remerciements

Cette étude a été réalisée au département de génie civil de l'École Polytechnique de Montréal par le Groupe de recherche sur l'eau en milieu urbain (GREMU). Nous tenons à exprimer notre gratitude à MM. Don W. Farley et Jean-Yves Pelletier du ministère de l'Environnement du Canada pour leur collaboration et leurs conseils. Les auteurs tiennent à exprimer leur reconnaissance et leurs remerciements à MM. François Brière et Daniel Leblanc de l'École Polytechnique pour leurs judicieux conseils et leur collaboration continue dans l'accomplissement de cette étude.

Le soutien financier de l'étude fut accordé par Environnement Canada et le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada.

Introduction

Cette étude, partant de la similitude existant entre la série temporelle des débits de crues et la série temporelle des dommages d'inondation, a pour but d'appliquer l'approche probabiliste aux dommages d'inondation. La méthode que nous utiliserons est basée sur les processus stochastiques où sont analysées les variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées dans un intervalle de temps donné.

L'application de cette méthode nécessite une série de dommages d'inondation de longue durée. Cette série peut être obtenue de diverses façons, soit par enquêtes après crues, par une méthode de corrélation, ou par une méthode de simulation. Bien que cette étude ait pour but premier d'appliquer la théorie des valeurs extrêmes aux dommages d'inondation, on retrouvera au chapitre 3 une méthode permettant d'estimer les dommages d'inondation à partir de variables hydrologiques et économiques. L'intérêt de cette méthode vient de l'absence ou de l'insuffisance de séries de dommages qui permettraient l'application de la théorie des valeurs extrêmes.

L'occupation des plaines inondables présente des risques sérieux d'inondation. Cependant cela est justifié car les bénéfices tangibles et intangibles que l'on retire à être près de l'eau sont supérieurs aux dommages que l'on doit encourir. C'est ainsi que de tout temps les hommes ont développé de brillantes civilisations près des cours d'eau. Autrefois, la proximité de cours d'eau était une source importante de bienfaits : les cours d'eau représentaient le moyen de transport le plus efficace sur de longues distances; la proximité du cours d'eau assurait une alimentation plus sûre en eau potable et en vivres; les crues, si elles comportaient des côtés négatifs, étaient souvent le moyen de fertiliser les terres. A ce sujet, il suffit de rappeler le cas du Nil dont le comportement était déterminant pour le bien-être et la survie de l'Egypte. Cependant, avec l'évolution de la société, certaines de ces raisons ont perdu de leur importance et sont même devenues négligeables. Ainsi, le développement des réseaux de

transport routier et de chemin de fer présente des possibilités que le transport maritime ne peut pas toujours concurrencer. Les motifs alimentaires ne représentent plus le même caractère impérieux. Bien peu de gens pêchent leurs propres poissons puisque le développement de la pêche commerciale et du réseau de distribution alimentaire a rendu plus avantageux l'achat du poisson par rapport à la pêche individuelle. Finalement, les engrais se sont substitués au limon déposé par les crues : leur approvisionnement est plus sûr puisque les crues sont souvent distribuées aléatoirement dans le temps.

Puisque les bienfaits apportés par la proximité de l'eau s'atténuent (bien qu'étant toujours importants particulièrement au niveau de l'évacuation des déchets) et que demeure le problème des crues, on devrait s'attendre à ce que les gens quittent peu à peu les plaines inondables et qu'ainsi le problème des inondations disparaisse. Or il n'en est rien dans les faits. Bien au contraire, on assiste à une croissance des dommages comme le montre l'étude de Perrier (1978) sur l'évolution temporelle des dommages annuels d'inondation au Québec. Bien que paradoxale, cette situation peut encore s'expliquer par le fait que les avantages à s'installer dans une ville située en bordure d'un cours d'eau sont supérieurs aux désavantages causés par les inondations. Cependant, les avantages ne sont plus reliés uniquement à la proximité de l'eau mais de plus en plus au fait de s'installer dans une ville.

Pour bien comprendre ce fait il faut avoir une vue d'ensemble du processus d'urbanisation. On a dit que les hommes s'étaient installés près des cours d'eau, dont certains connaissaient des crues, afin de bénéficier des avantages que fournit l'eau. C'est donc pour s'assurer des meilleures chances de survie que l'homme a créé des agglomérations riveraines qui deviendront, avec le temps, des villages ou des villes. Ceci a eu un impact important : le nombre de personnes, en devenant plus important, justifiait la construction de services et d'infrastructures qui étaient auparavant irréalisables économiquement. Les exemples les plus frappants sont sans doute les routes et les aqueducs. Ainsi les villes devenaient attrayantes,

non seulement à cause de la proximité de l'eau, mais aussi à cause des services qu'on y trouvait. Il y eut donc un accroissement de la densité humaine dans les villes. Quand la révolution industrielle a eu lieu, les industries se sont installées tout naturellement dans les villes pour bénéficier des services déjà disponibles, de la main-d'oeuvre potentielle abondante, de la présence d'un débouché pour les biens qu'elles produisaient et, bien sûr, des services fournis par l'eau (eaux de procédés, énergie, etc.). C'est un processus dynamique car la présence d'industries rendait la ville encore plus attrayante pour les non-citadins, ce qui allait encore accroître l'urbanisation qui est un facteur déterminant de la capacité d'une ville à attirer d'autres industries. Dès ce moment, le processus d'urbanisation ne dépendait plus seulement de la proximité de l'eau mais de plus en plus de la capacité des villes à attirer des gens intéressés par les services qu'elles leur fournissaient, par les possibilités d'emploi, etc.

Ainsi, bien que les bienfaits apportés par la proximité de l'eau soient moins importants qu'autrefois et que demeure le problème des inondations, cela n'est pas suffisant pour décourager les gens à venir s'installer dans les villes situées dans les plaines inondables car la diminution des bienfaits apportés par la proximité de l'eau a été plus que contrebalancée par l'accroissement des avantages apportés par l'urbanisation.

A cause de cela, on ne peut prévoir que le problème des inondations disparaîtra spontanément. Il devient donc intéressant et utile d'acquérir le maximum d'information sur les dommages d'inondation et c'est à ce niveau que cette étude prend toute sa signification.

Critère d'intervention

2.1 Analyse coûts-bénéfices

Pour établir le critère d'intervention dans les plaines inondables, on commence par faire l'hypothèse de comportement suivante : le gouvernement tente de maximiser la satisfaction de l'ensemble des membres de la société et il mettra sur pied, via les diverses agences ou ministères qu'il contrôle, des programmes qui auront pour effet d'accroître, de façon optimale, leur satisfaction. Ensuite, on développe le cadre théorique suivant qui se veut un rapide survol de Eckstein (1958).

a) Un individu allouera son revenu entre divers biens de façon à être le plus satisfait possible. On peut représenter la fonction de satisfaction (U) d'un individu (i) comme suit :

$$U_i = U_i(x_{i1}, x_{i2} \cdots x_{im}) \tag{2.1}$$

La fonction $U_i(x_{i1} \cdots x_{im})$ est continue et croissante. Elle est de plus strictement quasi-concave (Malinvaud, 1977). Le niveau de satisfaction atteint sera fonction des quantités de biens (x_j, j=1...m) consommés par l'individu i. Cet individu voudra donc maximiser U_i en ayant pour contrainte que la somme de ses dépenses ne dépasse pas son revenu (R_i). L'optimum est déterminé pour la résolution du Lagrangien (L_i) suivant :

$$L_i = U_i(x_{i1}, x_{i2} \cdots x_{im}) + \lambda_i(R_i - \sum_{j=1}^{m} P_j x_{ij}) \tag{2.2}$$

où λ_i = multiplicateur de Lagrange pour l'individu i;

x_{ij} = bien j consommé par l'individu i, j=1...m;

P_j = prix du bien j, (dans la suite de cette étude on fera l'hypothèse que le système des prix P_j est identique pour tous les individus);

R_i = revenu de l'individu i;

$R_i - \sum_{j=1}^{m} P_j x_{ij}$ = contrainte de budget de l'individu i.

En prenant les dérivées partielles par rapport à $x_{ij}(j=1...m)$ et en isolant λ_i, on obtient les conditions d'optimalité suivantes :

$$\lambda_i = \frac{\partial U_i}{\partial x_{i1}} \cdot \frac{1}{P_1} = \ldots = \frac{\partial U_i}{\partial x_{im}} \cdot \frac{1}{P_m} \qquad (2.3)$$

On retrouve les conditions d'optimalité habituelles, soit qu'un individu distribuera son revenu entre les divers biens de telle façon que l'utilité marginale pondérée par l'inverse de leur prix, est identique pour tous les biens.

b) Les autorités compétentes, en intervenant dans une région donnée, dotent les citoyens de services et/ou de biens (Δx_{ij}). Cette variation de consommation aura un impact sur le niveau de satisfaction dont la variation s'écrira :

$$\Delta U_i = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial U_i}{\partial x_{ij}} \Delta x_{ij} \qquad (2.4)$$

En incorporant l'équation 2.3 dans l'équation 2.4, on obtient :

$$\Delta U_i = \lambda_i \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_{ij} \qquad (2.5)$$

c) Au niveau de la collectivité touchée par l'intervention, la variation de satisfaction, ΔW, sera définie comme étant :

$$\Delta W = \sum_{i=1}^{n} \Delta U_i \quad \text{(il y a n individus touchés)} \qquad (2.6)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \lambda_i P_i \, \Delta x_{ij} \qquad (2.7)$$

On suppose, en première approximation, que les λ_i sont les mêmes pour tous les individus et qu'ils sont constants, l'équation 2.7 devient :

$$\Delta W = \lambda \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_{ij} \qquad (2.8)$$

Par ses propriétés de croissance et de quasi-concavité, la fonction de satisfaction du consommateur est unique à une transformation monotone près (Malinvaud, 1977), on peut donc écrire :

$$\Delta W = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_{ij} \qquad (2.9)$$

$$= \sum_{j=1}^{m} P_j \sum_{i=1}^{n} \Delta x_{ij} \qquad (2.10)$$

En posant $\Delta x_j = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_{ij}$, on obtient

$$\Delta W = \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_j \qquad (2.11)$$

La variation de satisfaction de la collectivité est donc équivalente à la somme des variations des revenus réels.

d) Considérons une application possible de ce modèle à la gestion des plaines inondables. Les autorités compétentes voudront maximiser ΔW en transformant des facteurs de production $(x_2 \ldots x_m)$ en bien x_1. La fonction de production sera représentée par :

$$x_1 = \Psi(x_2 \ldots x_m) \qquad (2.12)$$

où x_1 représente le bien produit et $\Psi(x_2 \ldots x_m)$ représente la fonction de production.

Tout en respectant la fonction de production, les autorités compétentes doivent aussi respecter leur contrainte budgétaire (D). Elles doivent veiller à ce que les coûts (C) de leurs interventions soient inférieurs ou égaux à D. On résout le Lagrangien (L_2) :

$$L_2 = \sum_{j=1}^{m} P_j \, \Delta x_j - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \qquad (2.13)$$

$$L_2 = P_1 \, \Delta x_1 - \sum_{t=2}^{m} P_t \, \Delta x_t - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \qquad (2.14)$$

Puisque Δx_1 représente la variation du bien de consommation, $P_1 \Delta x_1$ n'est autre que le bénéfice réel (B) du projet. D'autre part, Δx_t représente les facteurs de production utilisés, donc $\sum_{t=2}^{m} P_t \Delta x_t$ n'est autre que les coûts réels (C) du projet.

L'équation 2.14 devient:

$$L_2 = B - C - \mu(x_1 - \Psi(x_2 \ldots x_m)) - \theta(C-D) \qquad (2.15)$$

A l'optimum, on a :

$$\frac{\partial B}{\partial x_1} - \mu = 0 \qquad (2.16)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x_t}(1+\theta) - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_t} = 0 \quad \text{pour tout } t \qquad (2.17)$$

En isolant μ des équations 2.16 et 2.17, on obtient:

$$(1+\theta) \frac{\partial C}{\partial x_t} - \frac{\partial B}{\partial x_1} \frac{\partial \Psi}{\partial x_t} = 0 \qquad (2.18)$$

$$\frac{\frac{\partial B}{\partial x_1} \frac{\partial \Psi}{\partial x_t}}{\frac{\partial C}{\partial x_t}} = (1+\theta) \quad \text{pour tout } t \qquad (2.19)$$

ou, de façon plus compacte :

$$\frac{\partial B / \partial x_t}{\partial C / \partial x_t} = 1+\theta \quad \text{pour tout } t \qquad (2.20)$$

ce qui constitue le critère d'intervention des autorités appelées à intervenir dans les plaines inondables; $(\partial B/\partial x_t)$ représente la variation de bénéfice (et de satisfaction) des consommateurs induite par un projet leur rapportant x_1 produit à l'aide de x_t. Dans notre cas, x_1 peut représenter une augmentation de la protection contre les inondations; $(\partial C/\partial x_t)$ est le coût marginal du projet; θ est un facteur qui tient compte de la rareté des fonds pour les autorités compétentes. S'il n'y a qu'un seul projet d'envisagé, alors le critère détermine la taille optimale de l'intervention : il faut que le bénéfice marginal soit supérieur au coût marginal par un facteur $(1+\theta)$. Si on est en face de plusieurs projets indépendants, alors on accepte des projets marginaux tant que le bénéfice du projet est supérieur au coût de ce projet par un facteur $(1+\theta)$. Si les projets sont incompatibles ou si les bénéfices et les coûts d'un projet sont affectés par l'exécution d'un autre projet, on doit recourir à un autre critère : on choisit la combinaison de projets compatibles qui maximise les retombées économiques tout en respectant la contrainte budgétaire du gouvernement. Pour plus de détails sur l'évaluation des projets publics, le lecteur peut se référer à Lévy-Lambert et Dupuis (1973).

2.2 Remarques sur le critère d'intervention

On vient d'établir un critère d'intervention dans les plaines inondables à partir d'un cadre théorique relativement simple. Ce critère dépend de la contrainte budgétaire qui détermine le paramètre θ, de la fonction de production du projet qui détermine les coûts et de la fonction de satisfaction des individus touchés par le projet qui détermine les bénéfices. On remarque que, si ce critère est facilement compréhensible du point de vue conceptuel, son utilisation pose certains problèmes particulièrement en ce qui concerne les projets d'intervention dans les plaines inondables. En effet, si d'une part la contrainte budgétaire peut être

assez facilement obtenue et que les coûts des diverses interventions (digues, réservoirs, etc.) peuvent être quantifiés avec une précision satisfaisante, on est confronté, d'autre part, à une très grande imprécision du côté de l'évaluation des bénéfices. Ainsi, le manque d'information sur la quantification des bénéfices résultant de l'intervention dans les plaines inondables rend difficile l'évaluation des projets. C'est donc du côté de la maximisation de l'information concernant les bénéfices que les efforts de recherche doivent porter. Dans la suite de cette étude, on essayera d'apporter quelques éléments de réponse à ce problème.

Considérations théoriques

Le but de cette section est d'exposer la théorie des valeurs extrêmes à partir de laquelle nous analyserons la série des dommages d'inondation. Or, étant donné l'absence quasi-totale de séries de dommages d'inondation, nous présenterons aussi une méthodologie permettant d'estimer les dommages associés à une inondation à partir de paramètres hydrologiques et économiques.

3.1 Modèle hydroéconomique

Les dommages associés à chaque crue comportent deux types de variables, soit les variables naturelles aléatoires (débit, hauteur de submersion, etc.) et les variables non naturelles aléatoires ou déterministes (développement économique de la région étudiée). De façon générale, la fonction de dommages peut s'écrire comme suit (El-Jabi et al., 1982b) :

$$d = f(K,Y) \qquad (3.1)$$

où d = une variable décrivant différents types possibles de dommages physiques et non physiques;

K = une variable décrivant l'ensemble du capital physique (résidences, bâtiments commerciaux et industriels, stock, etc.) et les activités associées (flux de production, services domestiques, etc.);

Y = un vecteur dont les éléments décrivent les caractéristiques de la crue (hauteur de submersion, vitesse, durée, etc.).

La fonction de dommages, à cause des caractéristiques des dommages d'inondation, est une fonction monotone, continue et non décroissante qui

prend la forme d'une courbe en "S" (Dantzig, 1956) (figure 3.1). La forme de Gompertz répond à ces caractéristiques et a été retenue. Si, de plus, on ne considère que la hauteur de submersion comme variable hydrologique d'endommagement, la fonction de dommages est exprimée par :

$$\frac{d}{K} = \frac{1}{e^{e^{-\alpha}} - 1} \left\{ e^{\left[1 - e^{-\gamma z}\right] e^{-\alpha}} - 1 \right\} \qquad (3.2)$$

où z = la hauteur de submersion;

α et γ = les paramètres à estimer.

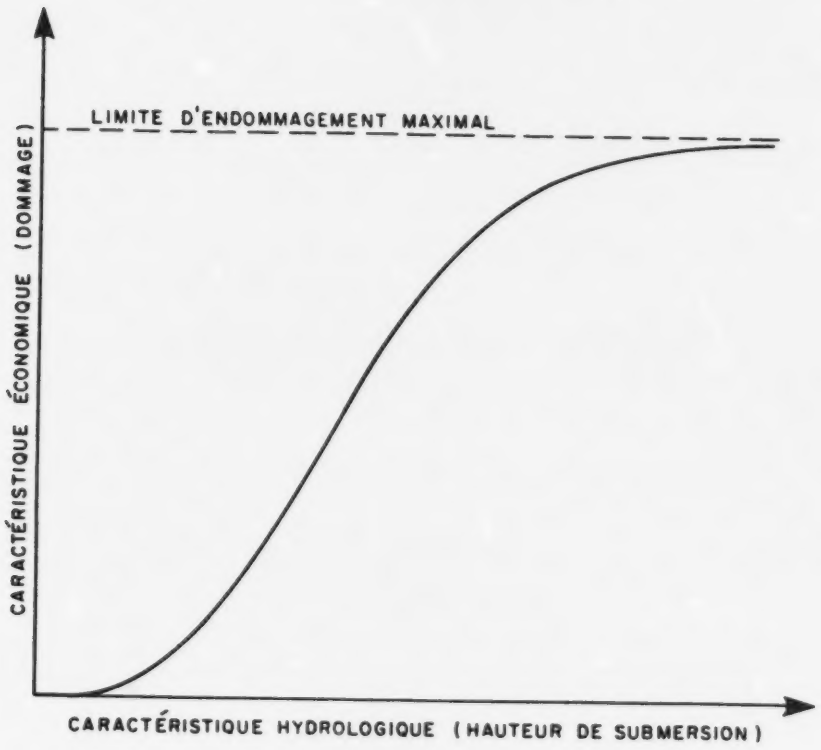

Figure 3.1. Fonction de dommages.

On remarque que dans l'équation 3.2, les unités de la variable dommage sont considérées unitaires pour les différents secteurs économiques ($/unités). Pour une unité économique quelconque, il suffit donc de connaître la hauteur de submersion qu'elle subit pour calculer les dommages qu'elle encourt.

Il faut noter que l'équation 3.2 considère une hauteur de submersion constante pour tout le stock de capital physique étudié. Cependant, il est fort improbable que toutes les unités économiques soient situées au même niveau et que, par le fait même, elles subissent la même hauteur de submersion. Calculer la hauteur de submersion pour chaque unité représente une tâche énorme et, pour pallier à cette difficulté, on définit le dommage unitaire moyen correspondant à une certaine hauteur. Ce dommage unitaire moyen correspond au dommage qui surviendrait si les unités économiques étaient uniformément réparties à l'intérieur d'une zone comprise entre le niveau de base ($z = 0$) et l'élévation considérée ($z = z_1$). Cette hypothèse est valable pour certaines unités économiques (résidences) et elle ne peut pas être généralisée. Aussi, le traitement des zones industrielles doit se faire unité par unité. Le dommage unitaire moyen devient :

$$(\overline{d/K})_{z_1} = \int_0^{z_1} \frac{F(z)}{z_1}\, dz \qquad (3.3)$$

où $F(z)$ = la fonction de dommage unitaire (équation 3.2).

3.2 Modèle des valeurs extrêmes

Le modèle des valeurs extrêmes a été appliqué au phénomène des crues de façon extensive (El-Jabi et al., 1982a). La méthodologie présentée dans la section précédente associe à chaque crue une estimation des dommages unitaires moyens causés par cette crue. On peut donc s'attendre à ce qu'il

existe une certaine similitude entre le phénomène des inondations et les dommages résultants.

Cette similitude devient évidente quand on considère le processus suivant :

• Pour une rivière donnée, on considère un hydrogramme représentant les débits instantanés pour un intervalle de temps (0,t] (figure 3.2).

• Etant donné la discontinuité dans le temps du phénomène d'inondation, l'hydrogramme peut être obtenu en appliquant le modèle suivant (figure 3.3):

$$\xi_t = \begin{cases} 0 & ; \quad Q_\nu \leq Q_B \\ Q_\nu - Q_B & ; \quad Q_\nu > Q_B \end{cases} \tag{3.4}$$

où Q_B = le débit de base;
Q_ν = le débit de crue au temps $\tau(\nu)$;
ξ_t = l'excédance au temps $\tau(\nu)$.

• En considérant seulement l'événement maximum de la série intermittente, afin de conserver la condition d'indépendance entre les excédances sur laquelle on se base pour dériver le modèle des valeurs extrêmes, on réalise un processus stochastique discret et non négatif des excédances dans l'intervalle de temps (0,t]. La série de ξ_ν est la série qui a souvent été analysée par la théorie des valeurs extrêmes (figure 3.4).

• On peut associer à chaque excédance ξ_ν une hauteur de submersion z_ν.

• En connaissant la hauteur de submersion z_ν, on peut déterminer à l'aide de la méthodologie précédemment énoncée, les dommages unitaires moyens associés à chaque crue, DUM_ν (figure 3.5).

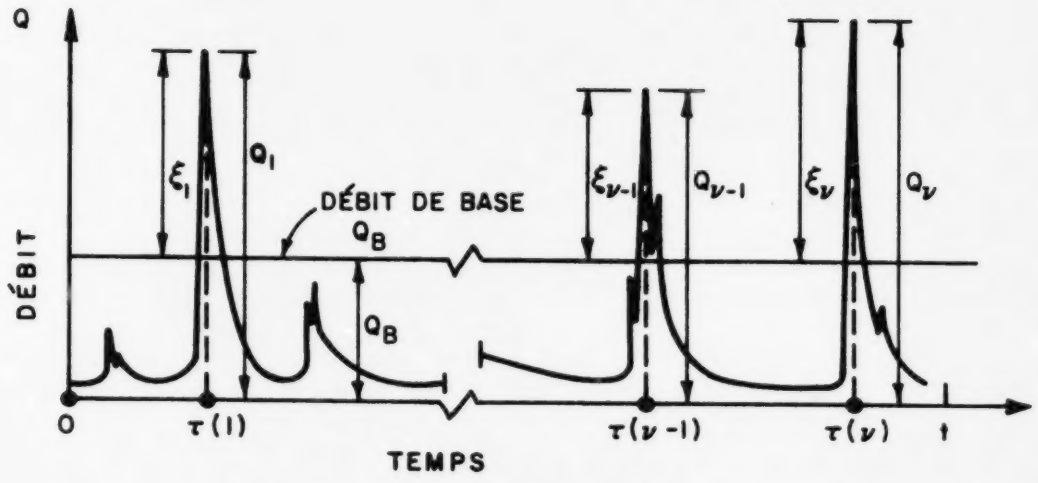

Figure 3.2. Hydrogramme représentant le débit instantané d'une rivière à une station donnée.

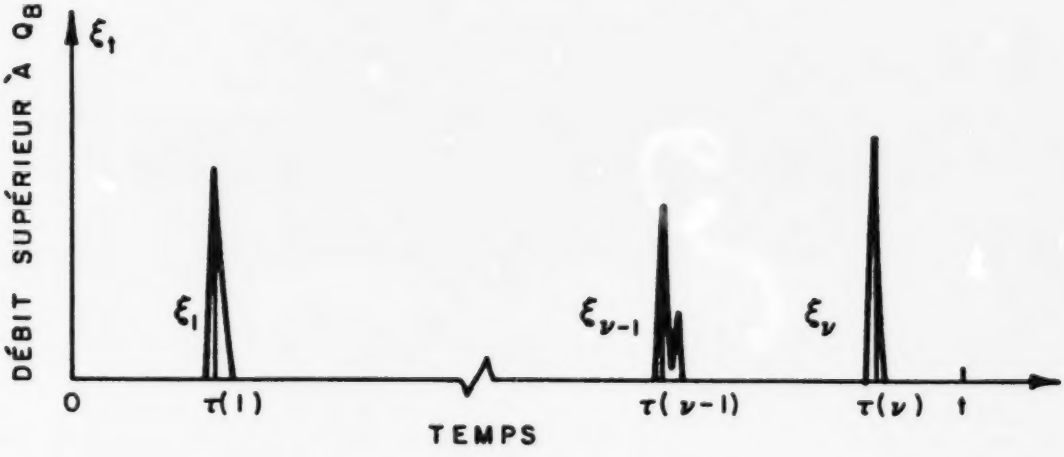

Figure 3.3. Hydrogramme représentant le débit des crues.

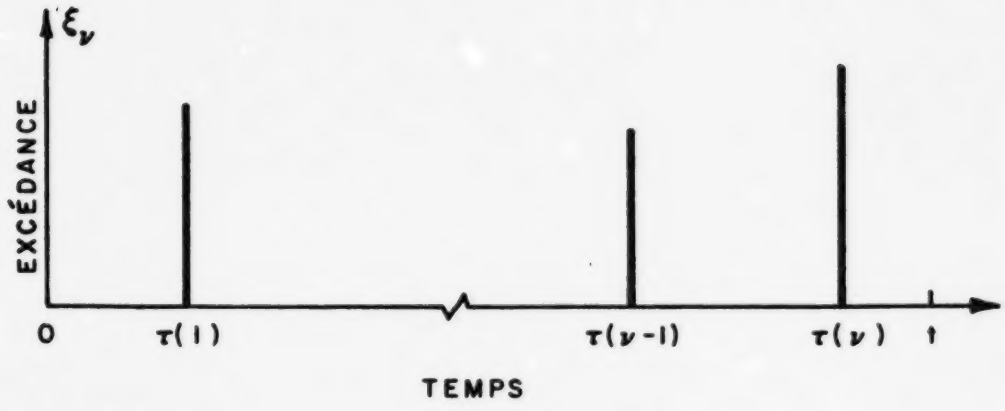

Figure 3.4. Réalisation du processus stochastique des excédances dans l'intervalle de temps (0,t].

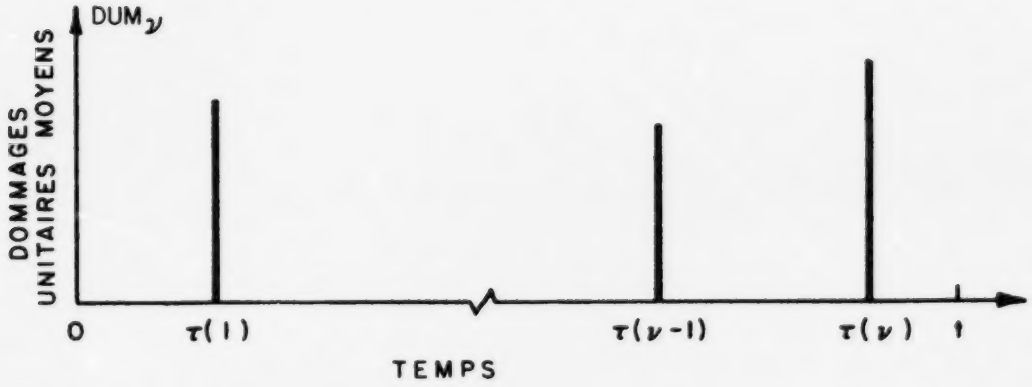

Figure 3.5. Réalisation du processus stochastique des dommages unitaires moyens dans l'intervalle de temps (0,t].

La similitude entre la série des excédances et la série des dommages unitaires moyens est constatée en comparant les figures 3.4 et 3.5.

Le processus stochastique discret formé par la série de dommages unitaires moyens d'inondation, DUM_ν, représente la série de base qui sera analysée à l'aide de la théorie des valeurs extrêmes. En tenant compte de la nature des dommages d'inondation, on peut considérer que le nombre des dommages unitaires moyens $DUM_\nu \in (0,t]$ et le temps d'occurrence de ces dommages $\{\tau(\nu),\ \nu = 0,1,2...\}$ sont des variables aléatoires. Dans le cadre de cette étude on considérera de plus que leurs valeurs sont aussi aléatoires.

Il a été prouvé (Todorovic, 1970) que les excédances maximales suivent un processus stochastique où le nombre des excédances et leurs valeurs sont combinés dans un modèle dont les excédances sont indépendantes et identiquement distribuées dans un intervalle de temps (T_{k-1},T_k) soit la fonction de répartition de l'excédance maximale $\chi(t)$,

$$F_t(x) = P\{\chi(t) < x\}$$

avec (3.5)

$$\chi(t) = \sup_{\tau(\nu) < t} DUM_\nu$$

Rousselle (1972) a exprimé cette fonction de la façon suivante :

$$F_t(x) = \exp\left\{-\sum_{n=1}^{k-1}[\Lambda(T_n) - \Lambda(T_{n-1})][1-H_n(x)]\right.$$

$$\left. - [\Lambda(t) - \Lambda(T_{k-1})][1-H_k(x)]\right\} \qquad (3.6)$$

pour tout $k = 1,2...$ et $t \in (T_{k-1},T_k)$ où $\Lambda(t)$ est le nombre moyen des excédances $\xi \in (0,t]$ et $H(x)$ est la fonction de répartition de la valeur des excédances, c'est-à-dire :

$$H(x) = P(\xi < x) \qquad (3.7)$$

Cette fonction H(x) peut être représentée par une loi statistique (normale, log-normale, gamma, etc.), suivant les caractéristiques hydro-météorologiques de la rivière ou de la région en question. Rousselle (1972) a montré qu'une fonction de répartition de type exponentiel s'applique d'une façon satisfaisante pour décrire la distribution des excédances des débits dans la plupart des cas d'inondations :

$$H(x) = 1 - e^{-\beta x} \quad ; \quad \beta > 0 \tag{3.8}$$

où $\beta = \{E(\xi)\}^{-1}$.

Ainsi, deux cas sont à considérer :

(1) Les excédances ξ_v sont Indépendantes et Identiquement Distribuées dans l'intervalle d'un An (IIDA) (Zelenhasic, 1970) :

$$F_t(x) = \exp\left[-\Lambda(t)\, e^{-\beta x}\right] \tag{3.9}$$

où $\Lambda(t)$ est le nombre moyen des excédances par année et β est le paramètre de la fonction exponentielle.

(2) Les excédances ξ_v sont Indépendantes et Identiquement Distribuées dans l'intervalle d'une Saison (IIDS) (Rousselle, 1972) :

$$F_t(x) = \exp\{-\Lambda(T_1)\, e^{-\beta_1 x} - [\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1)]\, e^{-\beta_2 x} - [\Lambda(T_3) - \Lambda(T_2)]\, e^{-\beta_3 x} - [\Lambda(t) - \Lambda(T_3)]\, e^{-\beta_4 x}\} \tag{3.10}$$

où $\Lambda(T_1)$, $[\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1)]$ ... représentent le nombre moyen des excédances pour chaque saison et β_1, β_2 ... sont les paramètres de la fonction exponentielle.

Finalement, la fréquence de dépassement est donnée par

$$\rho(x) = 1 - F_t(x) \tag{3.11}$$

où $\rho(x)$ = la fréquence de dépassement;
$F_t(x)$ = la fonction de répartition de l'excédance maximale.

La relation dommages unitaires moyens - fréquences de dépassement est importante. Elle est en quelque sorte le but de la théorie des valeurs extrêmes. A partir de l'hypothèse d'indépendance du nombre et de la valeur des dommages unitaires moyens d'inondation, ce modèle permet de relier cette variable à sa probabilité d'apparition. Ceci est d'une importance particulière puisque de cette relation, on peut extraire le dommage unitaire moyen annuel qui est une variable-clé dans l'analyse de rentabilité des projets d'intervention dans les plaines inondables. Le calcul des dommages unitaires moyens annuels (DUMA) se fait à l'aide de la formule suivante :

$$\text{DUMA} = \int_0^\infty \rho(x)\, dx \tag{3.12}$$

Application numérique

Une illustration numérique sera présentée en développant en premier lieu la série intermittente des dommages unitaires moyens des crues survenues dans la ville de Saint-Jean sur la rivière Richelieu. En second lieu, une analyse par la théorie des valeurs extrêmes de cette série sera entreprise pour conclure, finalement, sur l'intérêt de cette approche. Cette application couvrira le secteur résidentiel seulement mais la méthodologie est valable pour toute autre activité économique avec certaines nuances dans l'application.

4.1 Estimation de la série des dommages unitaires moyens d'inondation

L'estimation des dommages unitaires moyens d'inondation nécessite l'évaluation des paramètres α et γ de l'équation 3.2. Ces paramètres sont constants pour toutes les crues et dépendent des caractéristiques économiques de la région d'étude.

Les données nécessaires à cette estimation ont été tirées de l'enquête après-crues menée en 1976 par le Centre de recherche en aménagement régional (CRAR, 1977) dans la région de la rivière Richelieu. Cette enquête a permis d'estimer le rapport d/K en fournissant le dommage d'inondation (d) relatif à la crue de 1976 et à une crue hypothétique équivalente à cette crue, plus 0.305 m (1 pi) de submersion additionnelle; en plus d'estimer les valeurs K de chaque unité endommagée. Ainsi, les variables K, Y (= z, la hauteur de submersion dans ce cas) et d, sont connues. L'estimation des paramètres α et γ de l'équation 3.2 devient ainsi possible en considérant d/K comme variable dépendante et z comme variable indépendante, ce qui correspond à la méthode des moindres carrés pour des fonctions non linéaires (Draper et Smith, 1966). Une fois ces paramètres déterminés(α = 0.953 et γ = 0.108) on peut, pour une hauteur de submersion quelconque, trouver d/K.

Tableau 4.1 Débits de pointes et excédances correspondantes de la rivière Richelieu, station de jaugeage hydrométrique 02ØJ007 au rapide Fryers, débit de base = 25 000 pcs

Année.jour*	Débit (pcs)	Excédance (pcs)	Année.jour*	Débit (pcs)	Excédance (pcs)
1938.182	25 800	800	1955.199	40 700	15 700
1938.186	25 500	500	1956.224	32 500	7 500
1938.192	25 300	300	1958.211	39 400	14 400
1938.200	29 200	4 200	1959.211	34 200	9 200
1938.202	26 300	1 300	1960.213	36 800	11 800
1939.212	42 600	17 600	1961.216	25 900	900
1940.219	37 100	12 100	1961.218	25 400	400
1940.268	25 500	500	1961.228	26 800	1 800
1942.210	32 500	7 500	1962.214	30 100	5 100
1943.183	25 300	300	1963.212	37 600	12 600
1943.229	38 100	13 100	1968.186	29 900	4 900
1944.203	25 600	600	1969.192	25 700	700
1944.215	34 300	9 300	1969.212	39 200	14 200
1944.233	26 400	1 400	1970.213	39 100	14 100
1945.187	35 100	10 100	1971.224	40 300	15 300
1945.207	25 200	200	1972.223	42 300	17 300
1945.235	34 700	9 700	1972.255	26 100	1 100
1946.173	26 300	1 300	1972.258	25 600	600
1946.175	25 800	800	1973.188	36 600	11 600
1947.249	43 700	18 700	1973.240	30 100	5 100
1948.187	29 500	4 500	1973.276	25 800	800
1948.198	26 800	1 800	1974.081	26 900	1 900
1948.201	25 800	800	1974.105	25 500	500
1950.194	26 500	1 500	1974.189	26 900	1 900
1950.199	26 000	1 000	1974.227	35 600	10 600
1950.208	28 800	3 800	1975.215	27 000	2 000
1950.222	30 100	5 100	1976.188	41 900	16 900
1951.201	38 700	13 700	1977.185	35 600	10 600
1952.204	33 600	8 600	1977.223	25 800	800
1952.225	26 300	1 300	1978.213	37 400	12 400
1953.193	29 600	4 600	1979.188	35 000	10 000
1953.217	32 500	7 500	1981.151	27 900	2 900
1954.212	36 800	11 800	1981.196	26 900	1 900

* La numérotation des jours se fait à partir de l'année hydrologique : le 1er octobre = 1 et le 30 septembre = 365.

La hauteur de submersion dans la région d'étude est ensuite évaluée à partir des débits journaliers de la rivière considérée fournis par le ministère de l'Environnement du Canada (tableau 4.1). Les courbes de remous ont été calculées en se servant du programme HEC-2 développé par l'"Hydrologic Engineering Center" (U.S. Army Corps of Engineers, 1969). Finalement, pour calculer la hauteur de submersion d'une municipalité, on considère la moyenne des niveaux en aval et en amont pour une certaine crue en lui soustrayant la moyenne des niveaux en aval et en amont pour le débit de base.

La connaissance de la hauteur de submersion d'une crue permet d'estimer le dommage unitaire associé à cette crue. Mais, pour tenir compte de la dispersion des résidences à l'intérieur de la zone d'étude, on détermine le dommage unitaire moyen (DUM). Cette analyse suppose que les unités sont dispersées uniformément dans la zone touchée par la crue. Connaissant les paramètres α et γ ainsi que la hauteur de submersion pour les crues intervenues durant la période 1938-1981, on peut générer la série de dommages unitaires moyens. Le calcul de l'intégrale de l'équation 3.3 a été fait à l'aide du programme de simulation "Continuous System Modelling Program, CSMP."

4.2 Application de la théorie des valeurs extrêmes à la série de dommages unitaires moyens d'inondation

La série de dommages unitaires moyens d'inondation subie par Saint-Jean compte 66 événements (ou dommages) durant une période de 44 années, soit une moyenne de 1.5 événement par année. Le tableau 4.2 présente la répartition saisonnière des dommages pour la période d'enregistrement. On constate que les dommages surviennent majoritairement le printemps, soit à la suite d'inondations occasionnées par la fonte des neiges.

Tableau 4.2. Valeurs saisonnières et valeur annuelle de $\Lambda(t)$

Saison	Période	Intervalle	$\Lambda(t)$
Automne	21 sept. - 20 déc.	$(0,T_1]$	$\Lambda(T_1) = 0.023$
Hiver	21 déc. - 20 mars	$(T_1,T_2]$	$\Lambda(T_2) - \Lambda(T_1) = 0.045$
Printemps	21 mars - 20 juin	$(T_2,T_3]$	$\Lambda(T_3) - \Lambda(T_2) = 1.386$
Été	21 juin - 20 sept.	$(T_3,T_4]$	$\Lambda(T_4) - \Lambda(T_3) = 0.045$
Année	21 sept. - 20 sept.	$(0,T_4]$	$\Lambda(t) = 1.500$

Tableau 4.3. Valeurs saisonnières et valeur annuelle de β

Saison	Moyenne des DUM	$\beta = \{E\ [DUM]\}^{-1}$
Automne	0.0225	44.444
Hiver	0.0150	66.667
Printemps	0.0488	20.487
Été	0.0075	133.333
Année	0.0461	21.671

a) Fonction de répartition de la valeur des dommages unitaires moyens

La fonction de répartition de la valeur du DUM, H(x), donnée par l'équation 3.8 est nécessaire à la dérivation de la fonction de répartition des dommages. En supposant une répartition exponentielle des valeurs de DUM, on trouve dans le cas d'une distribution annuelle :

$$H(x) = 1 - \exp\,[-21.671\ x] \qquad (4.1)$$

Pour une distribution saisonnière des DUM, les paramètres de la loi exponentielle sont donnés au tableau 4.3. En utilisant le test de Kolmogorov-Smirnov, l'ajustement des valeurs observées à la loi exponentielle a été accepté à un niveau de confiance de 5 %.

b) Fonction de répartition des dommages

Connaissant les paramètres $\Lambda(t)$ (tableau 4.2) et β (tableau 4.3), on peut déterminer la fonction de répartition des dommages. Ainsi pour une répartition annuelle de DUM (IIDA), on obtient pour la ville de Saint-Jean:

$$F_t(x) = \exp\,\{-1.5 \exp\,[-21.671\ x]\} \qquad (4.2)$$

et pour différentes périodes de temps, cette fonction sera obtenue en remplaçant $\Lambda(t)$ et β de la période en question dans l'équation 3.10. L'ajustement de la répartition de DUM à une fonction double exponentielle a été vérifié au niveau de confiance de 1 % en utilisant le test de Kolmogorov-Smirnov.

c) Relation DUM-fréquences de dépassement

La relation dommages-fréquences de dépassement est donnée par l'équation $\rho(x) = 1 - F_t(x)$. Dans le cas de Saint-Jean pour une répartition annuelle des DUM (IIDA) on a :

$$\rho(x) = 1 - \exp\{-1.5 \exp[-21.671\ x\ ]\} \qquad (4.3)$$

et pour une répartition saisonnière (IIDS), on a

$$\begin{aligned}\rho(x) = 1 - \exp\{&-0.023 \exp[-44.444\ x] \\ &-0.045 \exp[-66.667\ x] \\ &-1.386 \exp[-20.487\ x] \\ &-0.045 \exp[-133.33\ x]\}\end{aligned} \qquad (4.4)$$

Les résultats des équations 4.3 et 4.4 sont présentés à la figure 4.1. L'analyse DUM-fréquences de dépassement est l'étape finale de la théorie des valeurs extrêmes que l'on vient d'appliquer avec succès à la ville de Saint-Jean. Cette relation permet d'obtenir un résultat important, soit l'estimation du dommage unitaire moyen annuel (DUMA).

Cette estimation se fait à partir de l'équation 3.11, ce qui revient à calculer l'aire sous la courbe $\rho(x)$. On obtient pour Saint-Jean:

- Un dommage unitaire moyen annuel de .116 87 dans le cas où l'on a supposé que les inondations sont réparties indentiquement et indépendamment dans une période d'un an (cas IIDA);

- Un dommage unitaire moyen annuel de .115 43 dans le cas où l'on a supposé que les inondations sont réparties identiquement et indépendamment dans une période d'une saison (cas IIDS).

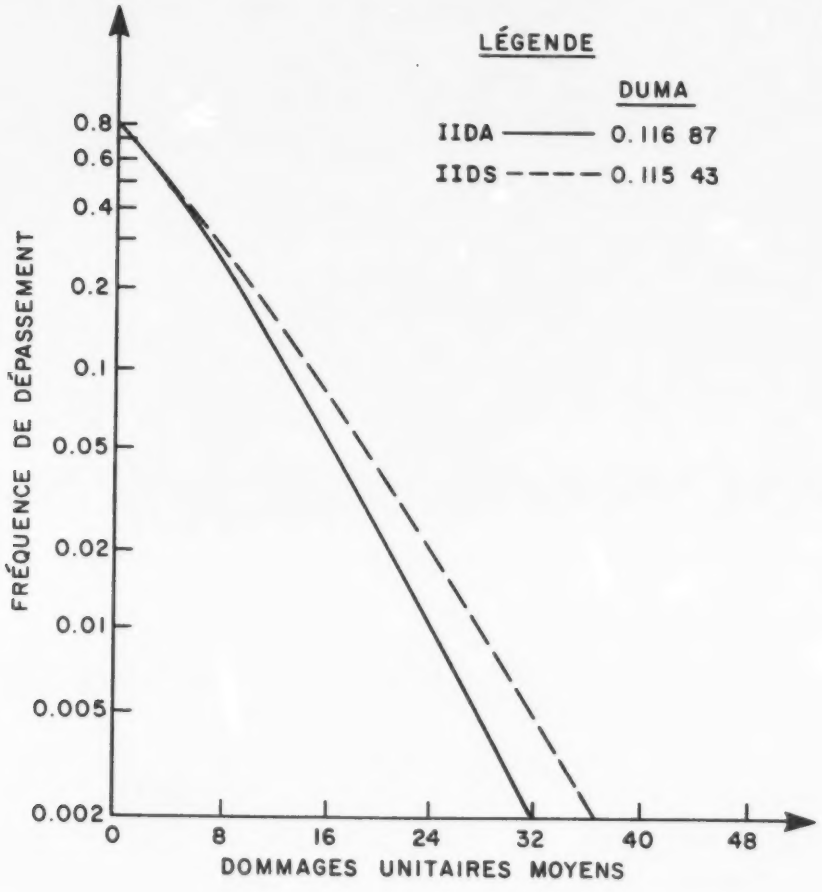

Figure 4.1. Relation dommages unitaires moyens/fréquence de dépassement.

La connaissance du dommage unitaire moyen annuel nous permet d'estimer le dommage moyen à l'aide de la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{DMA}{(1+r)^i} = \sum_{i=1}^{n} (DUMA \cdot K_i)\ (1+r)^{-i} \qquad (4.5)$$

La variable K_i représente la valeur des résidences affectées par la crue durant l'année i. Comme cette variable n'est pas disponible, nous avons dû l'estimer comme suit :

$$K_i = KT_i \cdot f(x_i)$$

avec

$$x_i = Q_i - Q_B \qquad (4.6)$$

où KT_i = la valeur totale des résidences dans la municipalité au temps i;
$f(x)$ = une fonction donnant le pourcentage de résidences touchées par une excédance x;
Q_i = le débit de l'excédance au temps i;
Q_B = le débit de base de la région.

Notons que $f(x_i)$ est évidemment une fonction monotone non décroissante, prenant des valeurs non-négatives et tendant asymptotiquement à l'unité. N'ayant pas d'autres informations a priori sur la forme de cette relation, on a opté pour la forme suivante :

$$f(x_i) = \frac{x_i}{x_i+b} \qquad (4.7)$$

L'enquête du CRAR (1977) a permis l'estimation de cette équation pour Saint-Jean, on trouve b = 656 400. L'équation 4.5 devient :

$$\sum_{i=1}^{n} DMA\ (1+r)^{-i} = DUMA \sum_{i=1}^{n} KT_i \cdot f(x_i)\ (1+r)^{-i} \qquad (4.8)$$

Ne connaissant pas $f(x_i)$ on lui a substitué $\overline{f(x_i)}$. Dans notre cas $\overline{f(x_i)} = 0.009\ 370\ 8$, KT_i représente la valeur totale des résidences au temps i, ce qui est aussi inconnu. Si on suppose que le stock de résidences croît à un rythme constant, δ, on peut remplacer KT_i par $KT_0(1+\delta)^i$, on obtient :

$$\sum_{i=1}^{n} DMA(1+r)^{-i} = DUMA \cdot KT_0 \cdot \overline{f(x_i)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1+\delta}{1+r}\right)^i \qquad (4.9)$$

En 1981, la ville de Saint-Jean comptait 12 680 résidences d'une valeur moyenne de 29 327 $. Ces informations couplées avec les valeurs du DUMA et $\overline{f(x_i)}$ déjà mentionnées, on peut, en choisissant adéquatement δ, r et n obtenir une estimation du dommage moyen annuel actualisé. Par exemple, avec $\delta = 0.03$, $r = 0.10$ et $n = 30$, on obtient :

$$\sum_{i=1}^{n} DMA\ (1+r)^{-i} = \begin{cases} \$5.21 \text{ millions dans le cas IIDA} \\ \$5.15 \text{ millions dans le cas IIDS} \end{cases} \qquad (4.10)$$

Conclusions

5.1 Conclusions relatives à l'approche utilisée

L'objet de la présente étude était l'application de la théorie des valeurs extrêmes aux dommages unitaires moyens d'inondation de façon à obtenir une estimation du dommage moyen annuel qui est une variable-clé dans l'analyse coût-bénéfice des projets d'intervention dans les plaines inondables. Cette théorie doit être appliquée sur un échantillon possédant de nombreux évènements. Comme il n'existe pratiquement pas de telles séries de dommages d'inondation, on a utilisé une méthode de simulation permettant d'associer à chaque crue une estimation des dommages unitaires moyens d'inondation. Cette méthode possède l'avantage de tenir compte des caractéristiques hydrologiques des crues et de l'évolution économique de la région considérée.

Une fois la série de dommages unitaires moyens d'inondation connue, il est possible d'appliquer la théorie des valeurs extrêmes. Cette théorie exploite les caractéristiques du phénomène des dommages d'inondation (variables aléatoires continues dans le temps). Etant donné ces caractéristiques, l'utilisation des processus stochastiques représente un outil très utile et nécessaire dans l'étude de ce phénomène. Cette approche stochastique d'estimation des dommages d'inondation comporte les propriétés suivantes :

i) la possibilité de choisir diverses fonctions de répartition des valeurs des dommages unitaires moyens;

ii) la capacité de considérer tous les dommages survenus dans l'intervalle de temps $(0,t]$ et non un seul des dommages comme le font d'autres méthodes probabilistes, ceci représente une augmentation de l'information;

iii) la flexibilité dans le choix de l'intervalle de temps considéré (0,t] qui peut varier d'un jour à un an; dans cette étude, on a considéré un intervalle d'un an et d'une saison;

iv) la capacité de combiner la valeur des dommages et leur nombre d'occurrences dans la représentation de la répartition des dommages maximum.

5.2 Conclusions de l'application numérique

On peut classer les conclusions de l'application numérique en deux groupes, soit celles concernant la méthode d'estimation des dommages associés à chaque crue et celles concernant l'application de la théorie des valeurs extrêmes.

i) Méthodes d'estimation des dommages d'inondation

On a réussi à estimer les dommages d'inondation à l'aide d'une méthodologie relativement simple qui requiert comme variables d'entrée des séries hydrologiques et économiques faciles à obtenir. Cependant, cette méthode possède une faiblesse : elle ne tient pas compte du temps de recapitalisation d'une région qui a subi une inondation. Ainsi, on considère implicitement, pour une crue survenant quelques jours après une première crue, que le stock de capital de la région est le même pour la seconde crue que pour la première. De cette façon on ne tient pas compte de la dépréciation du capital suite à une crue, ni du temps nécessaire à sa réévaluation ce qui devrait entraîner une certaine surévaluation des dommages dans le cas de la deuxième crue. Cependant dans le cas du Richelieu, ce biais est plus ou moins important à cause des caractéristiques des inondations (peu fréquentes, hydrogrammes larges). A ce moment le modèle proposé semble adéquat. Par contre dans des régions présentant des inondations fréquentes et importantes, il faudrait tenir compte du temps de recapitalisation de la région.

ii) Application de la théorie des valeurs extrêmes

Etant donné l'objectif de l'étude qui était d'appliquer la théorie des valeurs extrêmes aux dommages unitaires moyens d'inondation, la conclusion principale de cette étude est certainement le succès de cette application.

Références

CRAR. 1977. Evaluation des dommages causés par les inondations en 1976 à divers niveaux d'élévation des eaux de la rivière Richelieu et de la baie Missisquoi. Haut-Richelieu (Québec), Université de Sherbrooke, 210 p.

Dantzig, D.V. 1956. Economic decision problems for flood prevention. Econometrica, Vol. 24, No. 3, pp. 276-287.

Draper, N.R. et H. Smith. 1966. Applied Regression Analysis. Wiley, 407 p.

Eckstein, O. 1958. Water Resources Development : The Economics of Project Evaluation. Harvard University Press, pp. 71-80.

El-Jabi, N., F. Ashkar, D. Richard et J. Rousselle. 1982a. Analyse stochastique des débits de crue pour la province de Québec. Rapport présenté au ministère de l'Environnement du Québec, 615 p.

El-Jabi, N., J. Rousselle, F. Brière et D. Leblanc. 1982b. Aménagement des plaines inondables - Analyse hydro-économique. Etude no 127, Série scientifique, Direction générale des eaux intérieures, Environnement Canada, Ottawa, 120 p.

Lévy-Lambert, H. et J.P. Dupuis. 1973. Les choix économiques dans l'entreprise et dans l'administration. Vol. 1, Dunod, Paris, 261 p.

Malinvaud, E. 1977. Leçons de théorie microéconomique. Dunod, Paris, pp. 23-25.

Perrier, R. 1978. Historique des inondations au Québec. Association québécoise des techniques de l'eau et la Fédération des associations canadiennes de l'environnement (AQTE-FACE) conférence annuelle, 14-17 mai 1978, Québec, pp. 25.1-25.35.

Rousselle, J. 1972. On some problems of flood analysis. Thèse de Ph.D., Colorado State University, 226 p.

Todorovic, P. 1970. On some problems involving random number of random variables. Ann. Math. Statist., Vol. 41, No. 3, pp. 1059-1063.

U.S. Army Corps Of Engineers. 1969. HEC-2, Water Surface Profiles. Training Document No. 4, The Hydrologic Engineering Center, Californie, 31 p.

Zelenhasic, E. 1970. Theoretical probability distributions for flood Peaks. Colorado State University, Hydrol. Paper, No. 42, 35 p.